Ｉ－29　接線剛性法・平面骨組構造解析プログラムによる分岐釣合系の解析

佐賀大学　学生員○山口明子　正員　後藤茂男
正員　井嶋克志　正員　帯屋洋之

１．まえがき

接線剛性法による高精度な幾何学的非線形挙動の収束解が得られるプログラムを開発、これを用いて以下のような検討を行い、本理論の高精度、高収束性を立証した。

1) ワンステップ荷重増分による各種分岐釣合状態の解析
2) 分割荷重増分による釣合形状変化の追跡
3) 荷重増分と変位制御による分岐釣合系の解析

２．要素力式と接線要素力式

分割荷重増分の大きさを気にせずに、良好な収束性を得るためには不平衡力算出のための要素力式と接線剛性マトリックスに取り込む接線要素力式の整合性は重要であり、以下にその一例を示す。

軸方向力

$$N = F_0[\Delta L + \tfrac{1}{2}L_0\{p(\theta_1{}^2+\theta_2{}^2) - p'\theta_1\theta_2\}] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \ (1)$$

端モーメント

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \mathbf{a}\boldsymbol{\theta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \ (2)$$

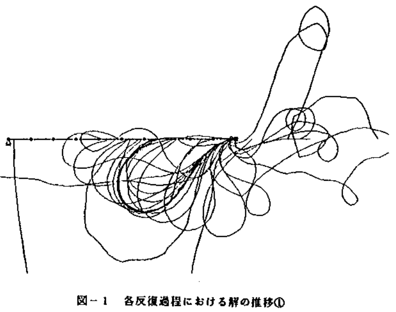
接線要素力式

$$\begin{bmatrix} \delta N \\ \delta M_1 \\ \delta M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & Fu_1 & Fu_2 \\ Fu_1 & Fu_1{}^2+ak & Fu_1u_2+bk \\ fu_2 & Fu_2u_1+bk & Fu_2{}^2+ak \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta L \\ \delta\theta_1 \\ \delta\theta_2 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots \ (3)$$

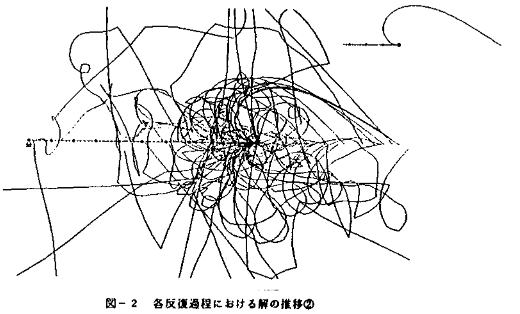
$$F_0 = EA/L_0, \quad k = EI/L_0, \quad F = F_0(1+F_0W)$$

$$W = -\tfrac{1}{2}\boldsymbol{\theta}^T(\partial^2\mathbf{a}/\partial N^2)\boldsymbol{\theta}, \quad \mathbf{u} = [u_1, \ u_2]^T = (\partial\mathbf{a}/\partial N)\boldsymbol{\theta}$$

３．計算例



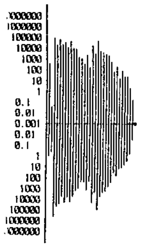
図－１　各反復過程における解の推移①



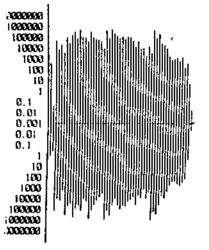
図－２　各反復過程における解の推移②

図－１～４は、右端完全固定、左端垂直固定の弾性ばりに対して、左端に ①412.14tf ②412.11tf の水平荷重をワンステップ載荷したときの各反復過程における解の推移と不平衡力の収束状況であるが、微小な荷重状態の差異により全く異なった釣合形状が求まる。

このことは②の解の極近傍にも①と完全に同一な荷重状態による分岐解が存在することを示している。

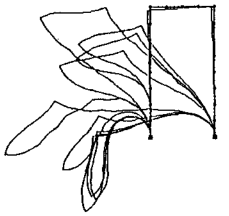


図－３　不平衡力の収束状況①

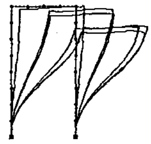


図－４　不平衡力の収束状況②

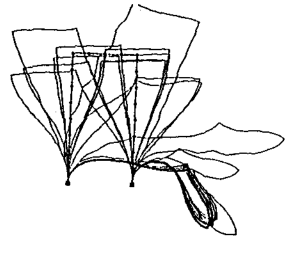
上段：最大不平衡力 tf
下段：最大不平衡トルク tf·m



図－５　各反復過程における解の推移③



図－６　各反復過程における解の推移④-1

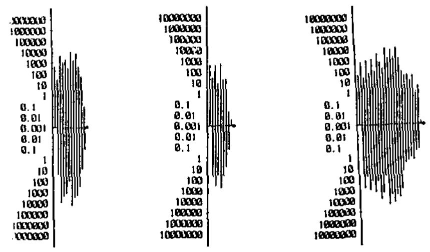


図－７　各反復過程における解の推移④-2

図-５～１０はラーメンに対して左上端に ③鉛直下方に500tfワンステップ載荷、④-1 鉛直下方に500tf,水平右方に50tf 載荷した後、④-2 水平荷重を除荷した場合の各反復過程の解の推移と不平衡力の収束状況である。

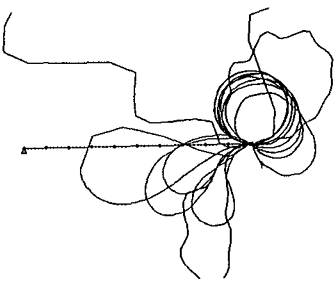
このように荷重を分割し他の解析経路をたどることにより、分岐釣合形状を追跡することもできる。

不平衡力の収束状況

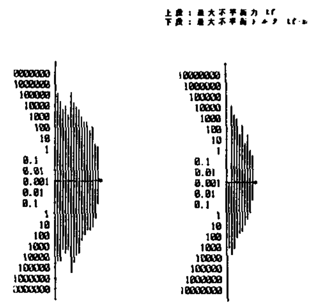


図－８③　図－９④－１　図－１０④－２

図－１１　各反復過程における解の推移⑤



図－１２　各反復過程における解の推移⑥



図－１３　不平衡力の収束状況⑤　図－１４　不平衡力の収束状況⑥

図-11～14に示した様に、長さ10m, E＝20E6tf/m², I＝0.0001m² の弾性ばりの左端に、釣合形状が真円となるような曲げモーメントの理論値400πtf-mをトルク荷重として載荷した場合、ワンステップでは⑤の様に真円とはならず、分岐解が得られる。そこで左端と右端が一致するように変位制御を行えば、⑥の様に釣合形状は真円となり、全節点の曲げモーメントの値が理論値 400πtf-mに完全に一致する極めて精度の高い解析結果を得ることができる。

４．結言

1. 従来の手法では取り扱えないようなめちゃくちゃな荷重を一時に載荷しても理論的に解があればほとんどの場合収束する。
2. 変位制御と荷重制御を組み合わせれば、どの様な釣合形状の解析も可能である。
3. 反復過程中の不平衡力の大きさは、場合によっては、オイラー座屈荷重の数千万倍にも達することがあっても収束が可能である。
4. 各反復過程における変形状態をグラフィック画面に重ねて表示しながら収束計算を続ければ、解の推移に伴う飛び移りや他の釣合形状の予測なども判断可能な場合もあり、非常に興味深い。
5. どの様な極端な大変形時においても、確実な収束性のもとに既往の研究の計算例の精度と比較しても十分に厳密といえる高精度な解を実験的な感覚で容易に得られるということが判った。

参考文献

1)後藤、羽根、田中：接線剛性法による骨組構造物の大変形解析，土木学会論文報告集No. 238, pp. 31-42
2)後藤、荒牧、井嶋：要素剛性分離の手法による構造物の幾何学的非線形解析：構造工学論文集Vol. 37A