

I-22

部材の剛性の低下を考慮した骨組構造の弾塑性解析

北海道大学工学部 正 員 平沢 秀之
 北海道大学工学部 正 員 林川 俊郎
 北海道大学工学部 正 員 佐藤 浩一

1. まえがき

骨組構造の材料非線形問題を考える場合、部材の剛性の評価が重要となる。過去の研究においては、塑性化の進み具合に応じて個々の荷重段階での剛性を刻々と変える方法や、部材を細かく分割する有限要素法、剛体バネモデルによる方法等、様々な解析が試みられている。ここでは、弾塑性状態にある一つの骨組部材を、塑性域の剛性を無視し、弾性域のみを考慮した変断面部材とみなし、長方形断面の両端固定桁、円形断面の格子桁について解析を行った。本法によれば、塑性域の広がりや算定するための要素分割をする必要がなく、通常のはり要素のみで、塑性域が求まり、パソコン程度で計算が可能である。

2. 解析方法

材料は完全弾塑性体と仮定する。幅 b 高さ h なる長方形断面桁に曲げモーメントを作用させたとき、部材軸方向に端部から x の位置にある断面において、高さ方向に $|y| \leq y_D$ で弾性、 $|y| > y_D$ で塑性になったとする。このとき、この断面に作用している曲げモーメントを M_x とおくと、

$$M_x = M_0 \left\{ 1 - \frac{4}{3} \left(\frac{y_D}{h} \right)^2 \right\} \quad \text{ただし、} \quad M_0 = \frac{1}{4} \sigma_0 b h^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

となる。一方この部材の端部 i においてせん断力 S_i 、曲げモーメント M_i が作用しているとき x の位置での曲げモーメント M_x は、

$$M_x = M_i - S_i x \quad \dots\dots\dots(2)$$

である。式(1)、(2)より y_D を求めると次式となり、弾性と塑性の境界線は放物線となることが分かる。

$$y_D = \frac{\sqrt{3}h}{2} \sqrt{\frac{S_i}{M_0} x + 1 - \frac{M_i}{M_0}} \quad \dots\dots\dots(3)$$

今、塑性領域の剛性を無視すると x の断面での桁の高さは $2y_D$ であり、断面2次モーメント I_x を求めると、

$$I_x = \frac{\sqrt{3}bh^3}{4} \left(\frac{S_i}{M_0} x - \frac{M_i}{M_0} + 1 \right)^{\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots(4)$$

となる。図1のような $0 \leq x \leq x_i$ で $I_x = \text{const}$ となる変断面部材の剛性方程式を仮想力の原理から誘導すると、次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} a & c \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここで、

$$a = \int_0^{x_i} \frac{x^2}{EI_x} dx + \int_{x_i}^l \frac{x^2}{EI} dx, \quad c = \int_0^{x_i} \frac{-x}{EI_x} dx + \int_{x_i}^l \frac{-x}{EI} dx, \\ d = \int_0^{x_i} \frac{1}{EI_x} dx + \int_{x_i}^l \frac{1}{EI} dx \quad \dots\dots\dots(6)$$

円形断面部材に曲げとねじりが作用している場合も同様に、断面内の応力の分布と節点力から仮想力の原理を用いて剛性方程式を導くことができる。

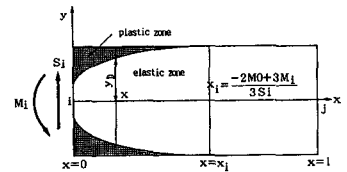


図1 断面力と塑性域

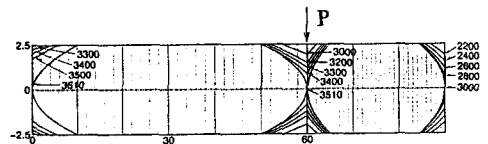


図2 両端固定桁



図3 両端固定桁

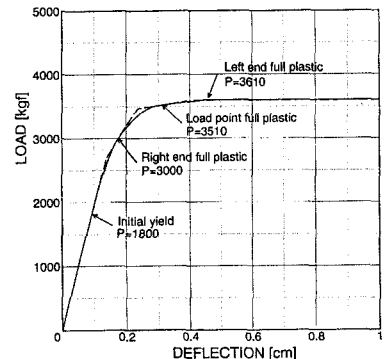


図4 荷重変位曲線

$$\begin{bmatrix} a & c & 0 \\ c & d & 0 \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_i \\ M_i \\ T_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \\ \phi_i \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -l & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_j \\ \theta_j \\ \phi_j \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$e = \int_0^{x_i} \frac{1}{GJ_x} dx + \int_{x_i}^l \frac{1}{GJ} dx \quad \dots\dots\dots(8)$$

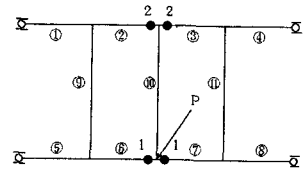


図5 格子桁

3. 計算例

3.1 両端固定桁

2.で得られた剛性マトリックスを用い、両端固定で2l/3の点に集中荷重が作用する桁の計算を行った。非線形計算には荷重増分法を用い、ある段階での増分荷重に対して断面力を求め、それらより次のステップの要素剛性を新たに算定し、最終的な崩壊に至るまで繰り返し計算を行っている。塑性域の進展状況を図2に示す。P=3000[kg]で右端が全断面塑性、P=3510[kg]、P=3610

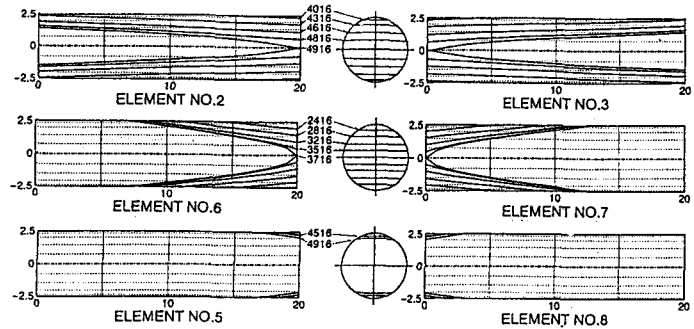


図6 格子桁の塑性域

[kg]で載荷点、左端がそれぞれ全断面塑性となっていることが分かる。図3は、文献 1)に示されている塑性域の進展状況で、剛体バネモデルによる計算結果である。良い一致を示しているといえる。図4は荷重変位曲線である。実線は本法による結果、点線は塑性ヒンジ法による結果であるが、崩壊時のたわみは本法による解が塑性域の広がりを考慮しているため、やや大きく得られている。

3.2 格子桁

図5に示すような主桁2本、横桁3本の格子桁に1点集中荷重が作用する場合について計算を行った。断面はその生じない円形断面とし、桁端は曲げに対して単純、ねじりに対して拘束である。図6は、図5に示す要素番号のうち②、③、⑤、⑥、⑦、⑧について塑性域の進展状況を示したものである。

①、④、⑨、⑩、⑪は全断面弾性である。軸方向の塑性域の広がりの他、断面内部の塑性域の広がりも、任意の荷重段階について求めることが可能である。図7は、載荷点における荷重変位曲線である。P=2016[kg]において部材⑥、⑦の外縁部が塑性化し、最終的な崩壊は、図5の黒丸で示した断面が全塑性状態となることにより生じる。

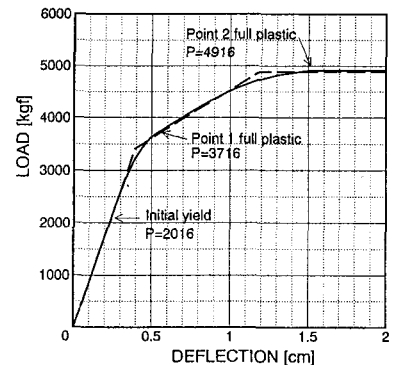


図7 荷重変位曲線

4. あとがき

曲げを受ける桁、曲げとねじりを受ける格子桁に関する変断面の剛性マトリックスを誘導し、完全弾塑性体と仮定したときの、材料非線形解析を行った。塑性域の広がりは、節点力から算定することができるため、細かい要素分割を行い、大規模な剛性方程式を解く必要はない。本報告では、曲げとねじりを受ける部材として円形断面を扱ったが、今後の課題としては、実橋に見られる薄肉I型断面部材について、そりねじりを考慮した材料非線形解析を行うこと、ひずみ硬化の影響を考慮することが挙げられる。

<参考文献>

- 1)近藤一夫：鋼構造骨組の塑性崩壊解析、培風館、1991. 2)Philip G. Hodge, Jr, 倉西正嗣外共訳：構造物の塑性解析、コロナ社、1961. 3)W. S. King, D. W. White, W. F. Chen : Second-Order Inelastic Analysis Methods for Steel-Frame Design, J. Struct. Engrg., ASCE, 118(2), pp.408-428, 1992. 4)葉山益次郎：塑性学と塑性加工、オーム社、1982. 5)大地羊三：マトリックス構造解析、コロナ社、1977.