

I-16

薄肉断面部材の固有振動数及び振動モードについて

愛媛大学大学院
愛媛大学工学部
徳山 高 専

学 員 高尾 英 樹
正 員 大賀 水田生
正 員 重松 恒 美

1. まえがき

本研究では、伝達マトリックス法を用いて薄肉断面部材の固有振動数及び振動モードを求める方法について述べるとともに、本法をC型、箱型及びI型断面部材の振動解析に適用し、本解析法の妥当性・有効性を検討するとともに、これらの薄肉断面部材の振動特性に関する基本的な検討を行った。

2. 解析理論

1) 板パネルに対する格間伝達マトリックスの誘導

図-1に示すような相対する2辺($X=0, a$)が単純支持されている板パネルに対する断面力の釣合方程式、ひずみ-変位関係式及び応力-ひずみ関係式より得られる板パネルの状態量 $Z=\{w, \psi_x, \psi_y, M_x, V_x, v, u, N_x, N_y, \dots\}$ に関する連立偏微分方程式において、状態量を三角関数を用いて $w(x, y) = \bar{w}(y) \cdot \sin(m\pi x/a)$, (m : x 方向振動モード)と置き換えることにより、変数 y のみに関する一階の常微分方程式が次のように得られる。

$$dZ/dy = A \cdot Z \quad \dots\dots\dots (1)$$

式(1)を数値積分することにより、板パネルの両端($Y=0, b$)での状態量を関係づける格間伝達マトリックス F が誘導される。

$$F = \exp(Ay) = I + (Ay) + (Ay)^2/2! + (Ay)^3/3! + \dots$$

$$I: \text{単位マトリックス} \quad \dots\dots\dots (2)$$

2) 固有振動数及び振動モード 1)で誘導した板パネルに対する格間伝達マトリックス F 及び薄肉断面部材を構成する板パネル間の状態量を関係づける座標変換マトリックス P を用いることにより、部材の両端での状態量を関係づける伝達式が、例えば図-2に示すC型断面部材に対して次のように得られる。

$$Z_5 = F_5 \cdot P_4 \cdot F_4 \cdot P_3 \cdot F_3 \cdot P_2 \cdot F_2 \cdot P_1 \cdot F_1 \cdot Z_0 = U \cdot Z_0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、両端での境界条件を考慮することにより、振動数方程式が誘導される。

$$U' \cdot Z_0' = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(4)より求められる固有振動数を用い伝達計算(3)を再び行い、未知初期状態量の1つの成分 z_{01} を $z_{01} \equiv 1$ と置くことにより、式(4)を次のように書き表すことができる。

$$U'' \cdot Z_0'' = a \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $a: z_{01}$ に対応する U' の部分ベクトル、 $U'': a$ を取り除いた U' 。
式(5)を解くことにより $z_{01} \equiv 1$ に対する他の初期状態量 Z_0'' が求められる。

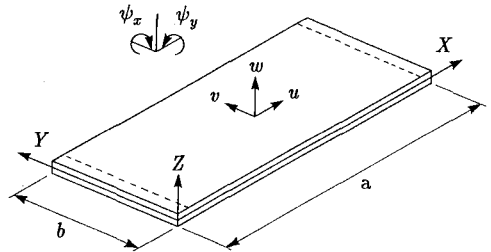
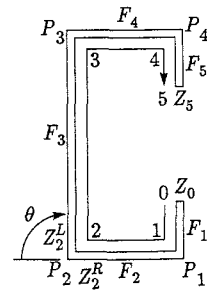
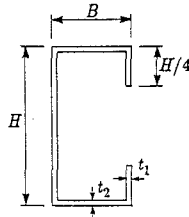


図-1 板パネル

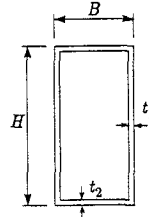


(a) C-section

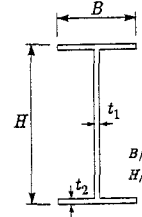
図-2 C型断面部材



(a) C-section



(b) Box-section



(c) I-section

図-3 解析モデル

求めた初期状態量を用いて、さらに伝達計算を行うことにより任意の断面での状態量（振動モード）が求められる。

3. 数値計算結果及び考察

1) 本解析法の妥当性の検討

本研究で開発した解析法の妥当性を検討するため、C型、箱型及びI型断面部材の解析を行った。図-4～6にC型、箱型及びI型断面部材（図-3, $t_2/t_1=1.0, 2.0$ ）の1～5次の固有振動パラメータ（ $\Omega=2\omega b^2/\pi t/12(1-\nu^2)\rho/E$ ）、x方向モード数及び振動モードを示している。なお本数値計算では $a/H=5.0$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ としている。図-4に示すC型断面部材においては、いずれの場合もかなり大きな断面変形が生じている。板厚比 $t_2/t_1=2.0$ に対する4及び5次の固有振動数は $t_2/t_1=1.0$ に対して大きくなっているが1～3次の固有振動数は逆に小さくなっている。これは1～3次においては、 t_2/t_1 の増加による剛性の増加が質量の増加に比較して小さいためと思われる。なおC型断面部材においては $t_2/t_1=1.0$ 及び 2.0 での振動モードの順序に変化は生じていない。箱型断面部材（図-5）においては、 $t_2/t_1=1.0$ に対する4、5次及び $t_2/t_1=2.0$ に対する5次の固有振動数は薄肉断面部材を構成する板パネルの局部的変形を示している。また4、5次において $t_2/t_1=1.0$ 及び 2.0 の間で振動モードの順序が逆転している。図-6に示すI型断面部材においては、3～5次において $t_2/t_1=1.0$ 及び 2.0 の間での振動モードの順序に変化が生じており、また $t_2/t_1=1.0$ の5次に対応する固有振動数を除いて t_2/t_1 の増加により固有振動数が増大している。なお、本解析法によるx方向モード数 $m=1$ での $t_2/t_1=1.0$ に対する固有振動数はいずれの部材においてもFSMによる解¹⁾と非常に良く一致している。

4. あとがき

本解析法を用いることにより、薄肉断面部材の固有振動数が極めて少ない変数（通常8個）及び計算量により精度良く求められる。また本研究で示したような薄肉断面部材の振動モードはこれらの部材の複雑な振動特性を明らかにするのに有効であると思われる。

参考文献

- 1) 岡村、深沢：鋼薄肉断面ばりの固有振動モード解析、第46回年講、pp998-999、1991

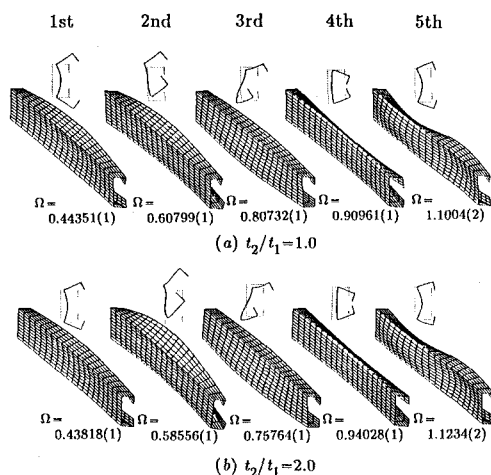


図-4 固有振動数及び振動モード（C型）

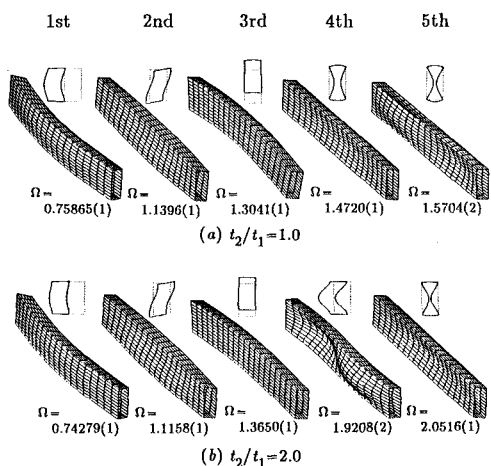


図-5 固有振動数及び振動モード（箱型）

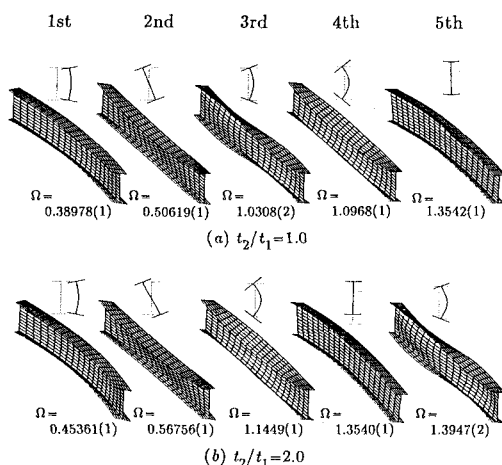


図-6 固有振動数及び振動モード（I型）