

## 薄板の単純支持端におけるクラックと剥離発生の連成問題

名工大 学生員 中島 将貴 J R 東海(株) 正員 三輪 昌弘  
 名工大 正員 長谷部 宣男 日本車輌(株) 正員 村瀬 義昭  
 名工大 正員 中村 卓次

## 1. はじめに

境界の一部を単純支持された半平面に、無限遠方で一樣曲げモーメントと集中ねじりモーメントが作用する時、単純支持端には応力集中が見られ、クラックまたは剥離の発生が考えられる。本論文では、有理写像関数と複素応力関数を用いた方法により、剥離先端での応力の強さと微小クラックの応力拡大係数を求め、それぞれのエネルギー解放率を求め、剥離の進展とクラックの発生条件を解析する。

## 2. エネルギー解放率の表示式

曲げモーメント  $M_0$  と集中ねじりモーメント  $T$  が図-1のクラックのない半平面にかかるとき Simple support 端での剥離に対するエネルギー開放率  $G_{deb}$  は次式で表される。 [1, 2]

$$G_{deb} = \frac{\pi\kappa}{2D(1+\nu)^2} \left\{ \frac{M_0\sqrt{a'}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}(1+\nu)}{\pi(3+\nu)} \frac{T}{\sqrt{a'}} \right\}^2 \quad \dots \dots (1)$$

図-1のようなクラックのあるとき、クラックの進展によるエネルギー解放率  $G_{cr}$  は、クラック先端の応力拡大係数 [3] を用いて次式で表される。

$$G_{cr} = \frac{\pi\kappa}{D(1+\nu)^2} (k_B^2 + k_s^2) \quad \dots \dots (2)$$

ここでは  $b/a' = 0.001$  の時の無次元化された応力拡大係数 [1, 2] を用いる。

$$k_B + ik_s = \frac{1+\nu}{3+\nu} \left\{ M_0 \sqrt{a'}, \frac{T}{\sqrt{a'}} \right\} \left\{ F_{BM} + iF_{SM} \atop F_{SM} + iF_{ST} \right\} \quad \dots \dots (3)$$

したがって、  $G_{cr}$  は式(3)を式(2)に代入して次式で表される

$$G_{cr} = \frac{\pi\kappa}{D(3+\nu)^2} \left\{ \left( M_0 \sqrt{a'} F_{BM} + \frac{T}{\sqrt{a'}} F_{BT} \right)^2 + \left( M_0 \sqrt{a'} F_{SM} + \frac{T}{\sqrt{a'}} F_{ST} \right)^2 \right\} \quad \dots \dots (4)$$

無次元化されたエネルギー開放率  $G'_{deb}$  と  $G'_{cr}$  を次式で定義する。

$-1 < T / (M_0 a') < 1$  のとき

$$G'_{deb} = \frac{G_{deb} D}{M_0^2 a'} = \frac{\pi\kappa}{2(1+\nu)^2} \left\{ \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}(1+\nu)}{\pi(3+\nu)} \frac{T}{M_0 a'} \right\}^2 \quad \dots \dots (5)$$

$$G'_{cr} = \frac{G_{cr} D}{M_0^2 a'} = \frac{\pi\kappa}{(3+\nu)^2} \left\{ \left( F_{BM} + \frac{T}{M_0 a'} F_{BT} \right)^2 + \left( F_{SM} + \frac{T}{M_0 a'} F_{ST} \right)^2 \right\} \quad \dots \dots (6)$$

$-1 < M_0 a' / T < 1$  のとき

$$G'_{deb} = \frac{G_{deb} a' D}{T^2} = \frac{\pi\kappa}{2(1+\nu)^2} \left\{ \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{M_0 a'}{T} + \frac{\sqrt{2}(1+\nu)}{\pi(3+\nu)} \right\}^2 \quad \dots \dots (7)$$

$$G'_{cr} = \frac{G_{cr} a' D}{T^2} = \frac{\pi\kappa}{(3+\nu)^2} \left\{ \left( \frac{M_0 a'}{T} F_{BM} + F_{BT} \right)^2 + \left( \frac{M_0 a'}{T} F_{SM} + F_{ST} \right)^2 \right\} \quad \dots \dots (8)$$

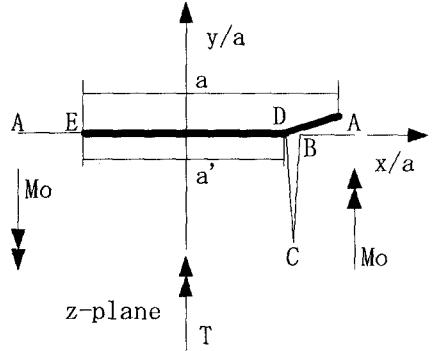


図-1 解析形状

図-2に、無次元化した $G'_{deb}$ と $G'_{cr}$ のグラフを示す。

### 3. クラックとはく離の発生条件

エネルギー解放率で表されるクラック発生に関する破壊靭性値 $G_{cr0}$ と剥離に関する破壊靭性値 $G_{deb0}$ は実験によって求められ、先に求められた $G_{cr0}$ と、 $G_{deb0}$ との大小関係より破壊現象は以下の四つに分類できる。

①  $G_{deb} < G_{deb0}$ 、 $G_{cr} < G_{cr0}$ の場合、剥離もクラックも生じない。

②  $G_{deb} > G_{deb0}$ 、 $G_{cr} < G_{cr0}$ の場合、剥離が発生する。

③  $G_{deb} < G_{deb0}$ 、 $G_{cr} > G_{cr0}$ の場合、クラックが発生する。

④  $G_{deb} > G_{deb0}$ 、 $G_{cr} > G_{cr0}$ の場合、剥離、クラックのどちらも発生する可能性がある。

①～③では、図-2を用いて破壊現象は特定できる。④の場合、実際には剥離、クラックの一方が起きていると考えられる。これを判定するために、クラックと剥離に対する破壊靭性の比 $C_0$ とエネルギー解放率の比 $C$ を考える。 $C_0$ は次式で与えられる。

$$C_0 = \frac{G_{deb0}}{G_{cr0}} \quad \dots \dots (9)$$

一方 $C$ は式(1)と式(4)を用いて、次式で与えられる。

$$C = \frac{(3+\nu)^2 \left\{ \frac{M_0 \sqrt{a'}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}(1+\nu)}{\pi(3+\nu)} \frac{T}{\sqrt{a'}} \right\}^2}{2(1+\nu)^2 \left\{ (M_0 \sqrt{a'} F_{MB} + \frac{T}{\sqrt{a'}} F_{TB})^2 + (M_0 \sqrt{a'} F_{MS} + \frac{T}{\sqrt{a'}} F_{TS})^2 \right\}} \quad \dots \dots (10)$$

図-1のD点側に注目し、図-3に式(10)の $C$ と $M_0 a' / T$ との関係を示す。

④の条件を満たすとき、ある $M_0 a' / T$ に対して $C$ と $C_0$ との大小関係より、図-3を用いてどちらの現象が起きているか判定できる。

(a)  $C < C_0$ の場合、クラックが発生する。

(b)  $C > C_0$ の場合、剥離が発生する。

しかし、 $G_{deb}$ が接着長さ $a'$ に比例し減少するとき $G_{deb} = G_{deb0}$ なる長さ $a'$ が存在すればそこで剥離は止まる。また、この長さ $a'$ で、 $G_{cr} > G_{cr0}$ であれば、クラックが発生する。

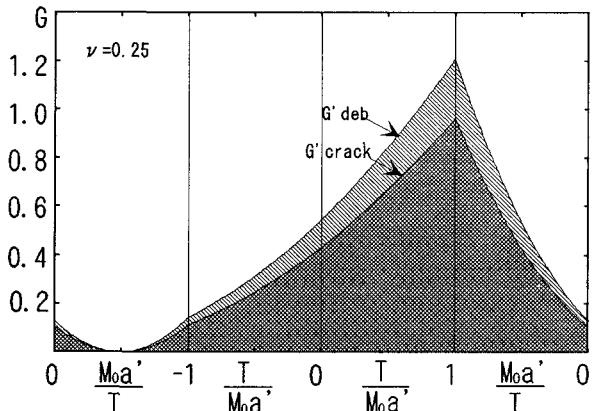
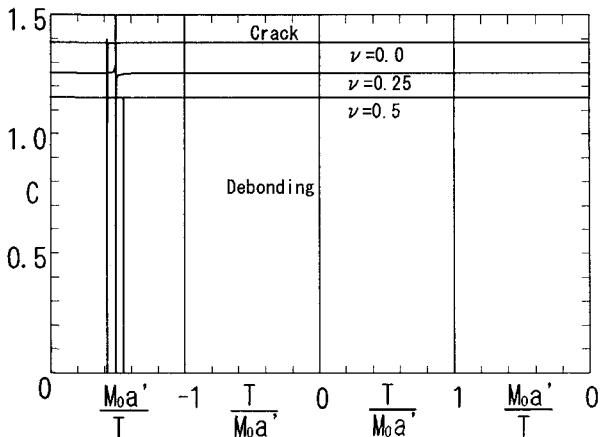


図-2 エネルギー解放率



参考文献 [1] Hasebe et al. 1990 J. Engrg. Mech. ASCE.

[2] Hasebe et al. J. App. Mech. ASME (in Print)

[3] Hasebe et al. 1980. Ingenieur Archiv.

図-3 エネルギー解放率の比