

I-9

スプライン帯板法を用いたアングル・プライ
積層円筒パネルの振動解析について大同工業大学工学部 正会員 ○水澤富作
大同工業大学大学院 学生員 鬼頭博史

1. はじめに 繊維強化型複合材料(FRP)より成る積層複合シェルでは、強い異方性や面内と曲げの連成効果が大きく現れ、また面内剛性と比較して横せん断剛性が極めて小さいのが特徴である。また、完全な円筒積層シェル問題と比較して、4つの支持辺を持つ逆対称アングル・プライ積層円筒パネルの振動解析に関する研究は、非常に少ないのが現状である¹⁾。さらに、Reddy²⁾がすでに指摘しているように、4辺単純支持された場合であっても逆対称アングル・プライ積層円筒パネルの厳密解は得られないので、数値解析法を適用する必要がある。

本研究では、横せん断変形と回転慣性の影響を考慮したSandersのシェル理論に基づくスプライン帯板法を用いて、逆対称アングル・プライ積層円筒パネルの振動解析を行っている。本手法の解の収束性や解析精度について検討を行い、逆対称積層円筒パネルの振動特性に与える積層数、配向角、弾性係数比、 E_1/E_2 、シェル厚比、 t/R 、曲率半径比、 R/L 、偏平角、 ϕ や境界条件などの影響についても明らかにしている。

2. 解析手法 Fig. 1に示される積層円筒パネルの各積層(ラミナ)は等厚な直交異方性材料から成り、それぞれ完全に接着しているものと仮定する。材料主軸(1, 2)方向の弾性係数を E_1, E_2 、ポアソン比を ν_{12} 及びせん断弾性係数を G_{12}, G_{13}, G_{23} で表す。横せん断変形を考慮したSandersのシェル理論とポテンシャルエネルギーの最小化原理を用いたスプライン帯板モデルを定式化する。このシェル帯板要素は、長手方向の変位にFourier級数展開し、円周方向の変位にB-spline関数を仮定している。式の定式化にあたり、次式で表される無次元の円筒座標系を用いる。 $\xi = X/L, \eta = \phi/\phi, \zeta = Z/t \dots (1)$

ここで、 L は円筒パネルの長さ、 t はシェル厚、 ϕ は偏平角である。したがって、一次せん断変形理論では、それぞれ独立した次式のような5つの変位関数が仮定される。 $u(\xi, \eta, \zeta) = t [U(\xi, \eta) + \zeta \chi x(\xi, \eta)]$,

$v(\xi, \eta, \zeta) = t [V(\xi, \eta) + \zeta (t/R)V(\xi, \eta) + \zeta \chi \psi(\xi, \eta)]$, $w(\xi, \eta, \zeta) = t W(\xi, \eta) \dots (2)$ ここで、

U と V は面内変位、 χx と $\chi \psi$ は回転角、 W はたわみを示す。横せん断変形の影響を考慮したSandersのシェル理論で定義される垂直及びせん断ひずみを無次元座標系で表せば、次式のように与えられる。

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\psi \\ \gamma_{x\psi} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{\psi z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0\psi} \\ \gamma_{0x\psi} \\ \gamma_{0xz} \\ \gamma_{0\psi z} \end{Bmatrix} + (\zeta/t) \begin{Bmatrix} K_{1x} \\ K_{1\psi} \\ K_{1x\psi} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

で与えられる。ここで、 $\varepsilon_{0x} = (t/L) \partial U / \partial \xi$,

$\varepsilon_{0\psi} = (t/R\phi) \partial V / \partial \eta + (t/R)W$, $\gamma_{0x\psi} = (t/R\phi) (\partial U / \partial \eta) + (t/L) \partial V / \partial \xi$, $\gamma_{0xz} = \chi x + (t/L) \partial W / \partial \xi$, $\gamma_{0\psi z} = \chi \psi + (t/R\phi) \partial W / \partial \eta - (t/R)V$, $K_{1x} = (t/L) \partial \chi x / \partial \xi$, $K_{1\psi} = (t/R\phi) \partial \chi \psi / \partial \eta$, $K_{1x\psi} = (t/L) \partial \chi \psi / \partial \xi + (t/R\phi) \partial \chi x / \partial \eta + (t/2R) \{ (t/L) \partial V / \partial \xi - (t/R\phi) \partial U / \partial \eta \}$.

また、各積層を厚さ方向に積分すれば、次のような断面力とひずみの関係式が求められる。

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\psi \\ N_{x\psi} \\ M_x \\ M_\psi \\ M_{x\psi} \\ Q_{xz} \\ Q_{\psi z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ & & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ & & & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ & & & & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ & & & & & D_{66} & 0 & 0 \\ & & & & & & \kappa_{55} A_{55} & 0 \\ & & & & & & & \kappa_{44} A_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0\psi} \\ \gamma_{0x\psi} \\ K_{1x} \\ K_{1\psi} \\ K_{1x\psi} \\ \gamma_{0xz} \\ \gamma_{0\psi z} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

で表される。ここで、面内剛性値 A_{ij} 、面内-面外連成剛性値 B_{ij} 、曲げ剛性値 D_{ij} は、次式で与えられる。ただし、 κ_{55} と κ_{44} は、せん断修正係数であり、5/6を仮定している。

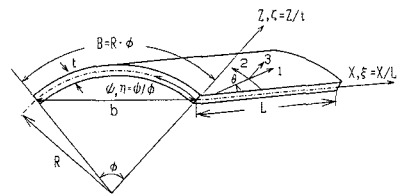


Fig. 1 Angle-ply laminated cylindrical panel and co-ordinate systems

3. 数値計算例及び考察 ここでは、横せん断変形と回転慣性の影響を考慮したSandersのシェル理論に基づくスプライン帯板法を用いて、相対する2つの円弧辺が単純支持され、他の直線辺が任意の境界条件を持つ逆対称アングル・プライ積層円筒パネルの振動解析を行う。計算例で用いた複合材料は、ガラス/エポキシ材であり、次のような材料特性値を用いている。 $E_1/E_2=1\sim 40$, $G_{12}/E_2=G_{13}/E_2=G_{23}/E_2=0.5$, $\nu_{12}=0.25$ である。

はじめに、本手法の収束性について検討を行ったが、帯板要素の数を高めれば、一様な収束状態が示され、また高次の帯板モデルを用いれば、少ない分割数で安定した収束値が得られている。

Table 1には、周辺単純支持された逆対称アングル・プライ積層円筒パネル($b/L=1.0$, $t/L=0.05$, $E_1/E_2=40$)の振動数パラメータ、 $n^*=\omega b^2\sqrt{\rho/E_2t^3}$ の精度比較が示されている。比較のために、横せん断変形を考慮したLoveのシェル理論に基づくGalerkin法を用いたSoldatos⁹⁾の近似解も示してある。ここで、配向角、 θ は 0° から 60° まで変化させ、偏平角 ϕ は 20° を用いている。また、積層数、 N は2層、4層と無限層を仮定している。これより、本手法による値は、Galerkin法による結果と良く一致しているが、配向角の増大にしたがって両者に差が見られる。また、Fig. 2には、積層円筒パネル($B/L=1.0$, $R/L=1.0$, $t/L=0.1$, $E_1/E_2=40.0$)の振動数パラメータに与える配向角、 θ の影響が示されている。ここで、積層数、 N も2層から6層まで変化させている。これより、振動数パラメータに与える配向角の影響は顕著にみられ、また境界条件によってかなり異なった振動特性が示されている。それぞれ周辺単純支持辺、固定辺及び自由辺を持つ逆対称積層円筒パネルの振動数の最大値は、配向角が 60° 、 70° と 40° 付近になっている。また、積層数は、積層板と比較して、あまり顕著な影響を与えない。

Table 2 Accuracy comparison of frequency parameters, $n^*=\omega b^2\sqrt{\rho/E_2t^3}$ of antisymmetric angle-ply laminated cylindrical panels with simple supports; $b/L=1.0$, $t/L=0.05$, $E_1/E_2=40.0$, $G_{12}=G_{13}=G_{23}=0.5E_2$

ϕ ($^\circ$)	θ ($^\circ$)		The number of laminae		
			$N=2$	$N=4$	$N=\infty$
20	0	Present	18.53	18.53	18.53
		PSDT ⁹⁾	18.50	18.50	18.50
		USDT ⁹⁾	18.48	18.48	18.48
		CST ⁹⁾	20.01	20.01	20.01
30		Present	18.87	24.27	25.67
		PSDT	18.80	24.16	25.61
		USDT	18.79	24.19	25.59
		CST	19.11	25.59	27.41
45		Present	26.84	31.49	32.74
		PSDT	26.65	31.26	32.57
		USDT	26.70	31.31	32.56
		CST	26.90	32.58	34.27
60		Present	35.94	39.06	39.95
		PSDT	35.37	38.53	39.47
		USDT	35.49	38.57	39.46
		CST	35.59	39.48	40.69

PSDT=the values obtained by Galerkin method based on Love's shell theory with parabolic shear deformation

USDT=the values obtained by Galerkin method based on Love's shell theory with uniform shear deformation

CST=Classical shell theory based on Love's theory

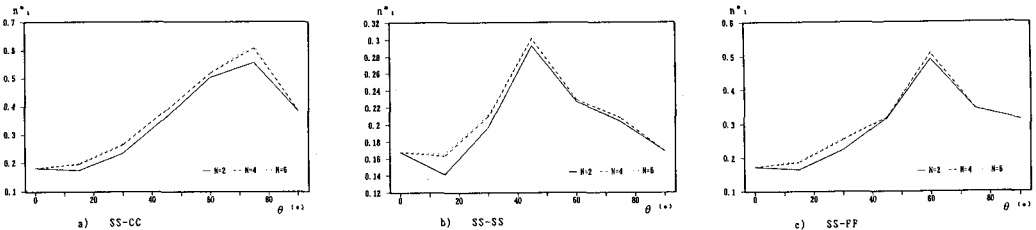


Fig. 3 The effect of the number of laminae, N and the fiber orientation angle, θ on the frequency parameters, $n^*_1=\omega\sqrt{\rho t^2/E_2}$ of antisymmetric angle-ply laminated cylindrical panels with several boundary conditions; $B/L=1.0$, $R/L=1.0$, $t/L=0.1$ and $E_1/E_2=40$

4. あとがき 横せん断変形の影響を考慮したSandersのシェル理論に基づくスプライン帯板法を用いて、逆対称アングル・プライ積層円筒パネルの振動解析を行い、次の結果が得られた。1) 高次のスプライン帯板要素を用いれば、少ない分割数で安定した収束値が得られ、また本手法により求めた値は、他の横せん断変形の影響を考慮したシェル理論により求められた近似解と比較的よく一致した結果が得られている。2) 逆対称アングル・プライ積層円筒パネルの振動数は、弾性係数比、配向角、偏平角、シェル厚比や曲率半径比により大きな影響を受ける。積層数の影響が、4層以上に取れば、かなり小さくなる。3) また、この振動数パラメータは、境界条件によっても大きな影響を受ける。なお、本研究は平成5年度科研費(一般研究(C))を受けている。

参考文献 1). Noor, A.K. and Burton, W.S.; Assessment of computational, Appl. Mech. Review, Vol. 43, pp. 67-97, 1990. 2). Reddy, J.N.: Exact solution of moderately thick laminated shells. J. Eng. Mech., Vol. 110, pp. 794-809, 1984. 3) Soldatos, K.P.: Influence of, J. Sound and Vibr., Vol. 119, pp. 111-137, 1987.