

I-7

断面変形を規定する板の回転中心

東京理科大学 学生員○野口 彰宏
正 員 白木 恒雄

1. まえがき

Navierは1820年代に曲げをうけるはりの中立軸の位置が断面図心を通ることを示し、それから約100年後、Maillartははじめてせん断中心の概念を発表している。これらの2点は断面剛の仮定のはりの力学的挙動を規定する。すなわち、断面図心を通る軸方向荷重によりはりは純圧縮変形のみ生じ、曲げおよびねじり変形は発生しない。せん断中心を通る面内荷重によりはりは曲げ変形のみ生じ、ねじりを生じない。

断面剛の仮定をはずすならば、すなわち断面変形を許容するならば、断面上に「ある点(群)」が想定できる。この点を通る面内荷重によりはりは曲げ変形、ねじり変形などを生じるが、「ある断面変形」だけは決して生じない。薄肉の板を組合わせて作った閉断面はりに対象を限定すると、この点は各断面変形の形状ごとに各板のねじり回転の中心として設定される。そこでこれを「板回転中心」とよぶことにする。

2. 工学的意味

板回転中心を決定する目的は工学理論的なそれ(1)、(2)と工学実利的なそれ(3)、(4)が考えられる。これらを列挙すると、以下のごとくなる。

- (1) 板回転中心は各板のねじり中心であるから、断面変形の面内変位メカニズムを把握する鍵となる。
- (2) せん断中心の場合同様に単位反り関数の座標値を設定する鍵の役割を果たす。
- (3) 偏心載荷を純粹の変形を発生させる荷重成分に分解する助けとなる。
- (4) 軸対称多室箱桁では対称荷重でも断面変形をひきおこすから、適切な断面寸法の決定に利用できる。

3. 変形パターンの決定

薄肉閉断面はりの支配方程式は次のごとくあらわせる(文献1参照)。

$$EFV'' - GJV' + ELV = \int_F p_0 r' ds + \int_F p_N w dF$$

ここで E 、 G は縦および横弾性係数、 F 、 J 、 I_x はそれぞれ反り抵抗、ねじり抵抗そしてラーメン抵抗のマトリクス、 r' は横分布荷重 p_0 の作用方向あるいは距離をあらわすベクトル、 w は単位反り関数のベクトル、 p_N は軸方向分布荷重、 V_1 はせん断変形を無視した変位ベクトル、 V はせん断変形を考慮した変位ベクトルである。 $\int_F(\cdot)ds$ は断面輪郭線座標に関する線積分、 $\int_F(\cdot)dF$ ははり断面の面積積分を意味する。

断面変形の形態を任意に選んでいるかぎり、上記の3種の抵抗マトリクスは非対角項成分をもち、変形は互いに連成している。そこで、これらの3種のうち、反りとねじりの2つの抵抗マトリクスの連成を断つように固有値問題を設定し、それを解いて(準)直交化された変形パターンを得る(文献2参照)。

4. 板回転中心の位置の決定法

(準)直交化された変形パターンを用いて、基本断面変形の各板の回転中心を求められる。ここでは次の3通りの方法を提案する。

- <1> 輪郭線座標方向の変位の式より断面「節点の回転中心」を求め、それらから剛体変位図(独: Poliplan)、あるいは平行線図(独: Parallelfigur)などの幾何学的手法を用い「板の回転中心」を求める。
- <2> 断面変形の「方向関数 $r(s)$ 」の式変形により、直交化後の「板回転中心」の位置を算術的に求める。
- <3> せん断中心を求めた考え方を準用する方法。断面全体に作用している「曲げせん断力」の主軸方向成分により「断面変形のせん断力」が零となる条件より位置を求める。

5. 計算例

図1のごとき4室の箱桁断面をとりあげる。板番号を○印で与えた。断面変形は室数に等しく4種類である。上記の3通りのいずれかの方法を用い、断面を構成する各板の回転中心を求めると図2の左側のごとなる。この板回転中心より着目点までの距離により輪郭線座標の接線および法線方向変位が簡単にわかる。これをもとに断面変形の基本変形形態を描くと図2の右側のごとなる。

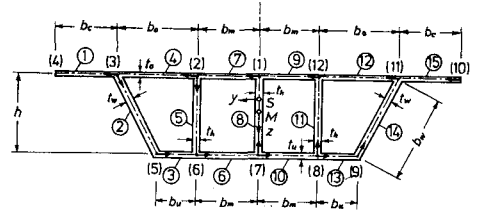


図1 断面寸法

次に断面左端の腹板上に作用する集中荷重(図3上)

を6種類の純粋変形成分に分解してみる。この偏載荷重 P を対称荷重と逆対称荷重に分解(図3中)する。そして、対称荷重は純曲げ荷重と2種類の対称断面変形に、逆対称荷重(ずり荷重)は純ねじり荷重と2種類の逆対称断面変形成分に分解される(図3下)。これらの分解された荷重成分の具体的な値は上に求めた板の回転中心の座標値を用いて簡単に計算できる。すなわち、ある純粋変形の荷重状態では他の純粋変形の断面力は零となる性質を利用し、力のつりあいを含めて連立方程式として解けばよい。

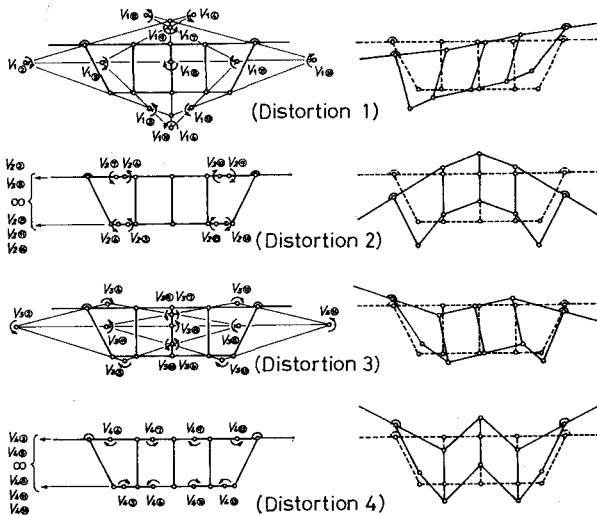


図2 板回転中心の位置と基本変形形態

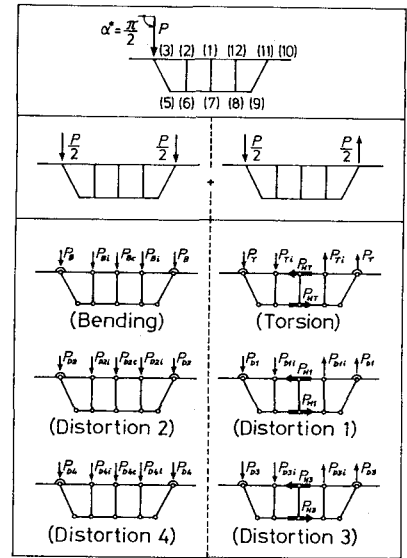


図3 偏載荷重の分解

6. まとめ

限界状態設計法などにより、大きな荷重作用を想定する必要性が高くなっている。材料非線形および幾何非線形はもとより、断面変形の工学的意味も高くなっている。ここでは多室箱桁に的を絞って断面変形を規定する板回転中心の求め方を3種類提案し、それを用いて偏載荷重の純粋変形成分への分解法の概略を示した。詳細は文献2を参照されたい。

7. 参考文献

- 1) 白木：土木学会論文集No.368(1986), 265.
- 2) 白木・平嶋：早大理工学研報告, No.141(1993), 138.