

I-5 曲げを受ける任意多角形大形板要素の剛性方程式

大阪工業大学 大学院 学生員 佐藤 知明
 大阪工業大学 正 員 岡村 宏一
 RADコンストラクション 正 員 石川 一美

1. まえがき: これまでに、任意の支持条件を持つような多格間平板構造の全体形と局所形を同時に解析する場合の離散化の手段として、例えば1格間にわたるような大形の平板要素の剛性マトリックスを作成し、その接続に際してリラクセーション法に属する1種の分配法を併用する方法を提案した。あわせて、長方形平板要素、扇形平板要素の二方向の剛性マトリックスを作成し、多格間平板構造の解析を行い良好な結果を得た^{1) 2) 3)}。また、この方法を多格間斜板構造の解析に拡張していく目的で、曲げを受ける二方向の任意4辺形大形平板要素の剛性マトリックスを作成し、その精度についての検討を行い良好な結果を得た⁴⁾。今回は、この任意4辺形大形板要素を拡張した、曲げを受ける任意多角形大形板要素の剛性マトリックスを作成し、基本的な精度について検討を行ったので、その結果について報告する。

2. 剛性マトリックスの作成: 本解析では、式(1)に示される等方性矩形板の基礎方程式の解を級数解法によって与え、その解を基本解として任意多角形板要素の剛性マトリックスを作成した。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0 \quad (1) \quad \text{ここで、} w \text{ はたわみ。}$$

まず、図-1に示すように、相対2辺単純支持の一方無限板を集中力(P, M)が作用する節線上で2分割し、それぞれのパネルにおける、曲げの基礎方程式の解を外力のつり合い条件と変位の連続条件を満足するように、級数解法によって与える。ここで、図-3に示すような任意方向に分布幅(d)を持った荷重を受ける場合の解は、図-2に示す集中荷重(P)が作用する解を、直角座標(x, y)における ξ, η に極を持った(r, θ)に変換して、分布幅で積分することによって求める。また、線モーメント(m)を受ける場合は座標変換した線荷重の解に偶力の微分操作を加えて任意方向に作用する線モーメントの解として与えている。

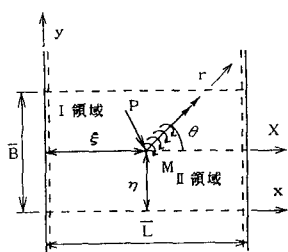
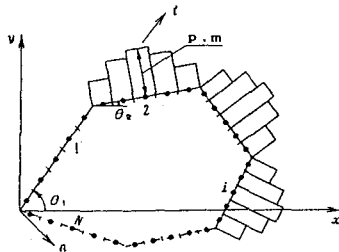
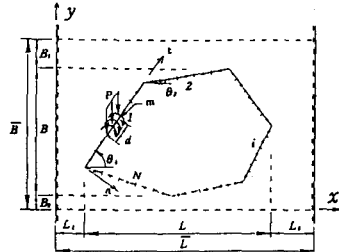


図-1



● : 選点

図-2



● : 選点

図-3

- 1) 岡村、石川、古市: 多格間平板構造の立体解析におけるリラクセーション法の応用, 年次大会, 1986
 2) 岡村、石川、公文: 曲げを受ける大形扇形板要素の剛性マトリックスの作成, 年次大会, 1987
 3) 岡村、石川、藤井: 面内力を受ける直交異方性大形扇形平板要素の剛性マトリックスの作成, 年次大会, 1990
 4) 岡村、石川、古市: 曲げ、あるいは面内力を受ける大形任意4辺形平板要素の剛性方程式, 土木学会論文集第465号, 1993. 4

次に、図-4に示す各節線上の(1, 2, ..., i, ..., N)で分布する任意の材端力（任意方向の断面に対する曲げモーメント M_n 、換算せん断力 V_n ）と隅角点を含む任意の材端変位（たわみ w 、任意方向の断面におけるたわみ角 θ_n ）を結ぶ剛性マトリックスを次の方法によって求める。図-2に示すように、任意多角形板要素の各節線上で分割された小区間に線荷重(p)と線モーメント(m)の仮想力を作用させる。ここでは、図-3に示すような辺長($\bar{B}, \bar{L}$)の無限板内に設けた各節線(1, 2, ..., i, ..., N)に先の仮想力(p, m)を作用させたモデルを重ね合わせ、与えた仮想力によって得られる各節線での材端力と材端変位を関係づける剛性マトリックスを選点法によって作成する。ここで、任意の方向の断面に対する節線上の選点の材端力、材端変位は、次式で与えられる。

$$M_n = M_x \sin^2 \theta + M_y \cos^2 \theta - 2M_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$M_{nt} = M_{xy} (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) + (M_x - M_y) \sin \theta \cos \theta$$

$$V_n = V_x \sin \theta - V_y \cos \theta$$

$$+ \left\{ (1-\nu)(Q_x \cos \theta - Q_y \sin \theta) + 4 \left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \cos \theta \right) \right\} \sin \theta \cos \theta$$

$$\theta_n = \theta_x \sin \theta + \theta_y \cos \theta \quad (2)$$

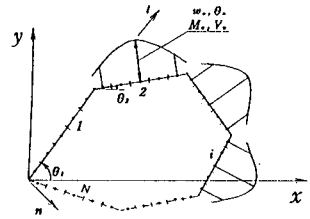
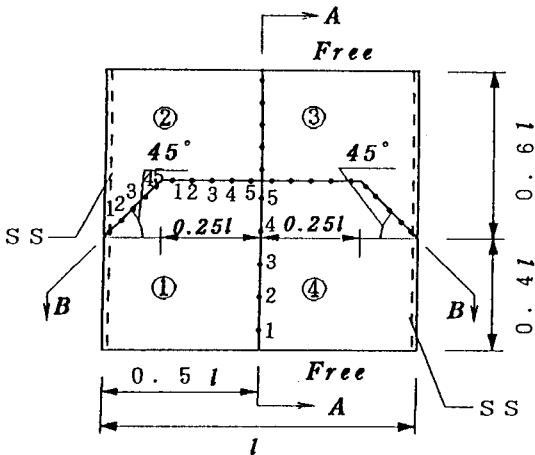


図-4 ●：選点

ここに、 M_x, M_y は x, y 方向の曲げモーメント、 Q_x, Q_y はせん断力、 V_x, V_y は換算せん断力、 M_{xy} は、ねじりモーメント、 θ_x, θ_y はたわみ角、 θ は各節線(1, 2, ..., i, ..., N)の x 軸となす角。また、 N 辺の隅角点に作用する定着力(R)は次式で与えられる。

$$R = M_{nt} + M_{nt}' \quad (3)$$

3. 計算例：ここでは、任意多角形板要素の剛性マトリックスの精度を検証するための基本的な例題を示す。図-5の解析モデルは、4枚の任意五角形板要素(①②③④)を直接剛性法を用いて接続した矩形板に等分布荷重(q)を全面載荷させたもので、各節線上の小区間の分割は等5分割とした。表-1に、A-A断面、B-B断面、C-C断面における各選点の変位と曲げモーメントの値を示し、モデルを単一板として計算した級数解と比較している。計算結果より、主要点における級数解との差異は、倍精度で1%程度に留まっている。



●：選点、○：板要素

図-5

表-1 (a) A-A断面

点	たわみ(W) $qL^4/D \times 10^{-2}$	級数解	モーメント(Mn) $qL^2 \times 10^{-1}$	級数解
1	1.4543	1.4427	1.2961	1.2847
2	1.3525	1.3664	1.2634	1.2503
3	1.3378	1.3264	1.2311	1.2328
4	1.3215	1.3104	1.2361	1.2259
5	1.3298	1.3132	1.2382	1.2271

表-1 (b) B-B断面

点	たわみ(W) $qL^4/D \times 10^{-2}$	級数解	モーメント(Mn) $qL^2 \times 10^{-1}$	級数解
1	1.0078	1.0112	0.2011	0.2046
2	1.1279	1.1312	0.2178	0.2233
3	1.2148	1.2235	0.2399	0.2370
4	1.2799	1.2861	0.2590	0.2461
5	1.3213	1.3178	0.2618	0.2506

表-1 (c) C-C断面

点	たわみ(W) $qL^4/D \times 10^{-2}$	級数解	モーメント(Mn) $qL^2 \times 10^{-1}$	級数解
1	0.1123	0.1048	0.0923	0.0917
2	0.3219	0.3109	0.2148	0.2159
3	0.5125	0.5084	0.3298	0.3252
4	0.6997	0.6937	0.4210	0.4192
5	0.8603	0.8634	0.5001	0.4980

D: 板剛度 $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, h: 板厚, E: 弾性係数