

## I-2

## Mindlin節点帯板要素による薄肉構造物の解析

函館工業高等専門学校 ○正員 渡辺 力  
 長岡技術科学大学 正員 林 正  
 函館工業高等専門学校 正員 外崎 忍

## 1. まえがき

節点帯板法は長大薄肉構造物の全体解析を効率良く計算するために開発された解法である。この解法は帯板要素に節点自由度を付与することにより有限帯板法の計算効率の良さと有限要素法の汎用性をあわせもつ。本研究では、従来の節点帯板要素を改良したMindlin節点帯板要素を薄肉構造物の解析に適用した。さらに、補剛構造物の計算効率を高めるための補剛材要素およびマルチレベルのサブストラクチャー法を用いた全体解析法を新たに構築した。補剛板やI形断面桁などにより本解法の精度を確認した結果について報告する。

## 2. 補剛材要素

節線に平行に取付けられた補剛材を縦補剛材、節線と直交して取付けられた補剛材を横補剛材とする。これらの補剛材は計算効率を考慮してオフセット・ビームとして取り扱う。補剛材要素と節点帯板要素の接合点Cでの変位は次のように表すことができる。これらを薄肉はりの式に用いることで補剛材要素の剛性行列が得られる。

$$\begin{aligned} u_c(\xi, \eta) &= f_{01}^T d_0 + f_{11}^T \sum_{m=1}^n X_m d_m, & v_c(\xi, \eta) &= f_{02}^T d_0 + f_{12}^T \sum_{m=1}^n X_m d_m \\ w_c(\xi, \eta) &= f_{03}^T d_0 + f_{13}^T \sum_{m=1}^n X_m d_m, & \theta_{xc}(\xi, \eta) &= f_{04}^T d_0 + f_{14}^T \sum_{m=1}^n X_m d_m \\ \theta_{yc}(\xi, \eta) &= f_{05}^T d_0 + f_{15}^T \sum_{m=1}^n X_m d_m \end{aligned} \quad (1)$$

なお $f_{0i}$ 、 $f_{1i}$ などは節点、節線自由度に関する形状関数ベクトルで、 $X_m$ は級数展開に用いる多項式である。これらの関数は、文献1)、2)と同様であるから省略する。

## 3. 薄肉構造解析

薄肉構造物を構成する基本構造ユニットとして、6節点、10節点のMindlin節点帯板要素、補剛材要素、FEM要素、3次元はり要素、トラス要素を用いる。これらの構造ユニットを図-2に示すサブストラクチャー法に用いて全体構造解析を行う。本解法では要素の段階で中間節線を消去し、これらにより一つのブロック(ブロック要素)を組み上げる。この段階で節線をすべて消去する。さらに、このブロック要素をいくつか組み合わせて内部節点を消去したスーパー要素を用いる。

## 4. 解析例

## (1) 補剛板

図-3に示す単純支持された補剛板( $a/b=2$ )に満載等分布荷重 $q=1 \text{ kgf/cm}^2$ が作用する場合について、板の1/4領域を10節点要素を1要素用いて計算する。ヤング係数を $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比を0.3とした。また、比較のために補剛材を薄板要素(strip)および縦補剛材要素(beam)として取り扱った2通りについて解析した結果をFEM解(8節点アイソパラメトリック要素 $5 \times 10$ )と比較する。また展開項数には3項用いた。図-4に断面A-Aでの応力 $\sigma_x$ および $\sigma_y$ の分布を示す。オフセット・ビームとしてモデル化した場合もFEM解と良く一致している。

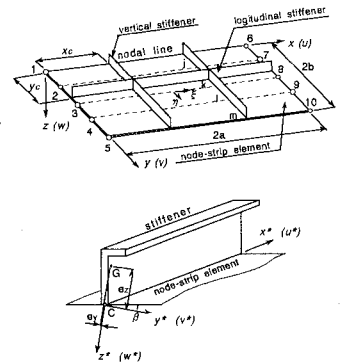


図-1 補剛材要素

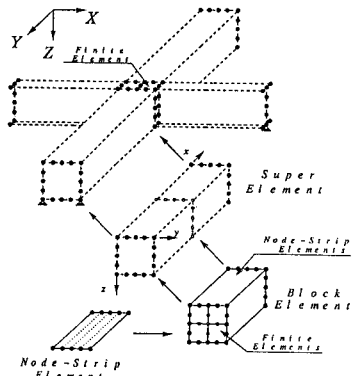


図-2 全体解析の流れ

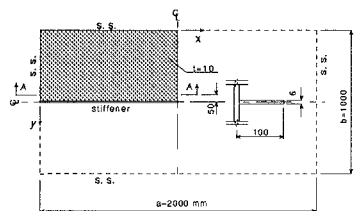


図-3 補剛板

## (2) I 形断面桁

図-5に示す支間20 mの2軸対称I形断面の桁が単純支持され、上フランジとウェブの結合部に線荷重 $q=1$  t

f/mが作用する場合を解析する。NSMの要素分割は図-6に示すとおりで、対称条件を考慮し桁の1/2領域を解析し、長手方向には $x=2$  mの位置で2分割した。比較解として、図-6に示すように断面を11分割、長手方向に15分割したFEM解（8節点アイソパラメトリック要素）および、はりの値を用いる。また、材料定数は補剛板と同じで、板厚はすべて $t=10$  mmとした。図-7に下フランジの応力 $\sigma_x$ 、図-8にウェブの応力 $\sigma_x$ の分布を示す。はりの解およびFEM解と良く一致しているが、はり理論では解析不可能な支点部の局所的な応力の変化を良く表している。

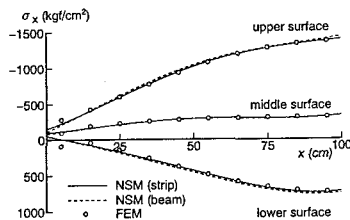


図-4 A-A断面の応力

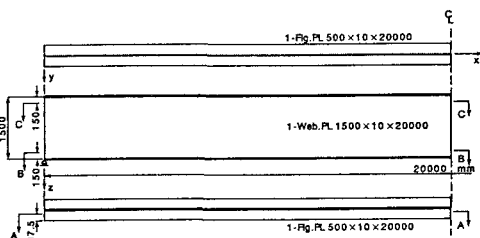


図-5 I 形断面桁

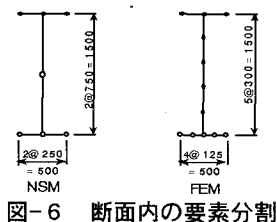


図-6 断面内の要素分割

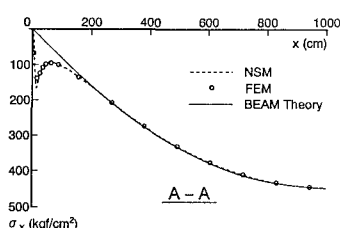


図-7 下フランジの応力

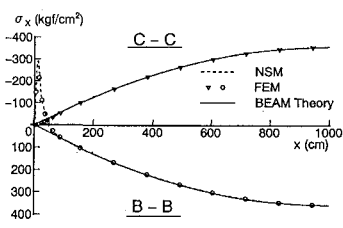


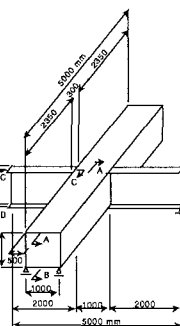
図-8 ウェブの応力

## (3) 十字桁

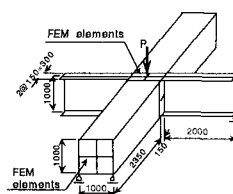
本解法では節線方向の取り方の拘束を除去するためサブストラクチャ法を用いた。この解析例では、帯板要素が互いに直交する方向に配置された場合の解を検証するために、図-9のような一室箱桁の中央にI桁が直角に結合する十字桁を解析する。材料定数は先の解析例と同じで、板厚はすべて $t=10$  mmとした。また、箱桁の支点部と支間中央にはダイヤフラムを有している。NSMとFEMの要素分割は、図-9の通りで、ダイヤフラムと帯板要素の結合部にはFEM要素を用いた。箱桁の応力 $\sigma_x$ を図-10に示す。展開項数を3項も用いれば十分な解が得られる。以上よりスーパー要素を用いた本解析法に問題はないと考えられる。

### 参考文献

- 1) 林・坂口; Mindlin節点帯板要素による薄板と厚板の曲げ解析 土木学会論文集NO.459
- 2) 林・長屋; 節点帯板法による平面応力解析 土木学会第48回年次学術講演会



NSMの要素分割



FEMの要素分割

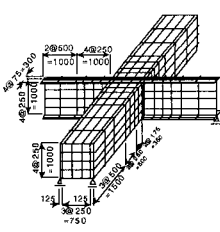


図-9 十字桁

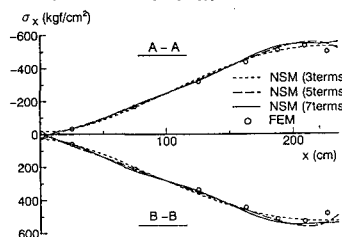


図-10 箱桁の応力