Ⅵ-142　多目的線形計画法による斜張橋の最適ケーブルプレストレス決定法

東洋大学○学生員　林　聡　　（株）大東設計コンサルタント　正員　榎本　覚雄
東洋大学　正員　新延　泰生　　東洋大学　学生員　小室　和之

1.はじめに

斜張橋はケーブルプレストレスを導入する事により、断面力の均一化を図ることができるなどの多くの利点をもった構造形式である。従って、斜張橋の設計ではケーブルプレストレスの決定は、最も重要な作業である。

これまでの斜張橋のケーブルプレストレス決定法に関する研究は（１）最適基準に基づく手法、（２）力学的特性を考慮した簡便法とに二分できる。本研究は（１）の手法であり、ケーブルプレストレスによる感度解析を行い、その感度を用いてLPによるケーブルプレストレスの最適化を図った。

2.ケーブルプレストレスによる感度解析

斜張橋にケーブルプレストレスが導入されたときの状態方程式は、

$$\mathbf{F}+\mathbf{F}_P=\mathbf{K}\mathbf{v} \tag{1}$$

の様になる。左辺第一項目は自重や外力などの荷重ベクトル、左辺第二項目はケーブルプレストレスの荷重ベクトル、右辺第一項目は剛性マトリクス、右辺第二項目は変位ベクトルである。感度変数であるケーブルプレストレスf_{pi}の微小変動に対する状態方程式は次式の様になる。

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial f_{pi}}+\frac{\partial \mathbf{F}_P}{\partial f_{pi}}=\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial f_{pi}}\mathbf{v}+\mathbf{K}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial f_{pi}} \tag{2}$$

左辺第一項目、右辺第一項目は、感度変数であるケーブルプレストレスf_{pi}の関数ではないので式（２）は、

$$\frac{\partial \mathbf{F}_P}{\partial f_{pi}}=\mathbf{K}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial f_{pi}} \tag{3}$$

の様になる。故にケーブルプレストレスの微小変動に対する変位の感度係数ベクトルは以下のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial f_{pi}}=\mathbf{K}^{-1}\frac{\partial \mathbf{F}_P}{\partial f_{pi}} \tag{4}$$

j部材の断面力は、

$$\mathbf{r}_j=\mathbf{r}_{oj}(X)+\mathbf{k}_j\mathbf{v}_j \tag{5}$$

で表される。右辺第一項目は自重などによる断面力を示し、二項目は外力による節点変位に伴う断面力を示す。感度変数f_{pi}の微小変動に対するj部材の断面力の感度係数ベクトルは、

$$\frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial f_{pi}}=\frac{\partial \mathbf{r}_{oj}}{\partial f_{pi}}+\frac{\partial \mathbf{k}_j}{\partial f_{pi}}\mathbf{v}_j+\mathbf{k}_j\frac{\partial \mathbf{v}_j}{\partial f_{pi}} \tag{6}$$

となる。右辺第一項目、第二項目は感度変数であるケーブルプレストレスf_{pi}の関数ではないので感度係数ベクトルは、

$$\frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial f_{pi}}=\mathbf{k}_j\frac{\partial \mathbf{v}_j}{\partial f_{pi}} \tag{7}$$

となる。

これらの感度係数は定数となるため、応答の推定は次式で行える。

$$z_{k+1}=z_k+\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial z_k}{\partial f_{pi}}\delta f_{pi} \tag{8}$$

３.多目的線形計画法

斜張橋の断面力を均一化するためには、多々ある着目点の断面力を同時に最小化するのが有利と考えれる。そのためには目的関数を複数設ける必要がある。従って、本研究では多目的線形計画法であるグローバル評価法を用いた。

グローバル評価法は、m個の制約条件、n個の変数のもとで、ℓ個の目的関数を最小にする多目的線形計画モデルは次のように定式化される。

目的関数

$$f_k(x)=\sum_{j=1}^{n}c_{kj}x_j \quad (k=1,\cdots\cdots,l) \tag{9}$$

制約条件

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\le b_i \qquad (i=1,\cdots\cdots,m) \tag{10}$$

$$x_j\ge 0 \qquad (j=1,\cdots\cdots,n) \tag{11}$$

まず上記のモデルのそれぞれの目的関数に対する線形計画問題を解く。この時の目的関数の値を

理想値$f_k(x)(k=1,\cdots,l)$とする。

次に各理想値から各目的関数の相対偏差（S）を以下の式より求める。

$$S=\frac{f_k(x)-\sum_{j=1}^{n}c_{kj}x_j}{f_k(x)}\quad(k=1,\cdots,l)\tag{12}$$

この相対偏差Sの和を最小とするような以下の線形計画問題を解くと最良な妥協解を得られる。

目的関数

$$f_k(x)=\sum_{k=1}^{l}\left\{\frac{f_k(x)-\sum_{j=1}^{n}c_{kj}x_j}{f_k(x)}\right\}\to\min\tag{13}$$

制約条件

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\le b_i\qquad(i=1,\cdots,m)\tag{14}$$

$$x_j\ge 0\qquad(j=1,\cdots,n)\tag{15}$$

４.数値計算例

以下に簡単なモデルを用いて多目的線形計画法による数値計算例を述べる。

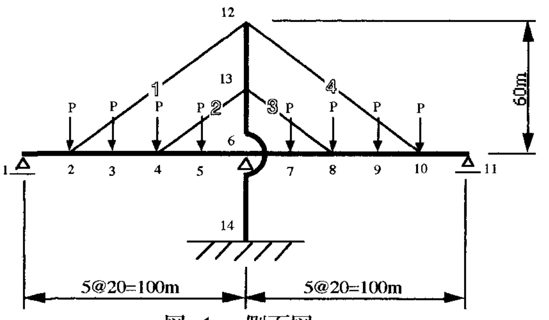

図-１　側面図

モデルは図-１に示す斜張橋を考え、荷重としてP=100tfを与えた。

まず最初の作業としてこのモデルに対するケーブルプレストレスを感度変数とした感度係数を求めた。

次にこの感度係数を用い式（８）の推定式により目的関数、制約条件を設定した。このとき目的関数は桁の各節点における曲げモーメントとし、これを最小化する。制約条件は変位制約、ケーブルの許容応力度、各節点における桁の曲げモーメントの設計目標値をそれとした。

目的関数

・桁の各節点における曲げモーメント

制約条件

・変位制約

$-0.05\le v_k\le 0.05\quad$ (m)

・ケーブルの許容応力

$\sigma_s\le 64\quad$ (kgf/mm^2)

・桁の各節点における曲げモーメントの設計目標値

その結果、ケーブルプレストレスはケーブル１とケーブル４には218.8tf、ケーブル２とケーブル３には166.2tf与えられ、桁の曲げモーメントは上記のケーブルプレストレスを導入することによって、図-２に示されるように均一化が図られた。

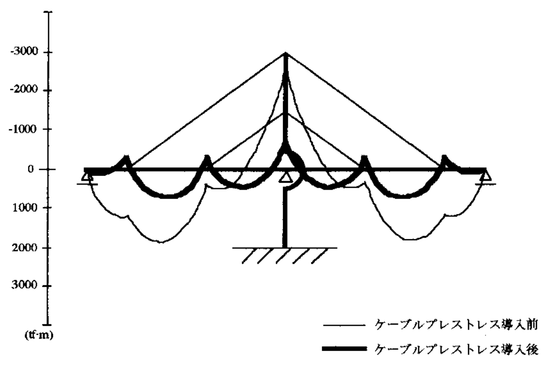

図-２　曲げモーメント図

５.おわりに

以上簡単なモデルを用いて検討を行ったが、得られた結果より感度係数を利用した多目的線形計画法は、斜張橋のケーブルプレストレスの決定に有効な手法だと考えれる。しかし、モーメントのリミットを制約条件に加えるなどの設計者の判断を必要とする等の問題点もある。

参考文献　１）木下栄蔵：わかりやすい意思決定論入門-啓学
２）馬場則夫、坂和正敏：数理計画法入門-共立
３）山田善一、大久保禎二：最適構造設計-概念・方法・応用-丸善