

武蔵工業大学大学院 学生員 服部 尚道
武蔵工業大学工学部 正会員 吉川 弘道

1. 本研究の目的

昨年における基礎的な考察[3]に基づき、①変形の適合条件について非局所モデル[1]の導入、②ポテンシャルエネルギーの第2変分による安定/不安定条件[2]の導出、についてさらに検討を加えるものである。

2. 変形に関する適合条件および等価構成方程式と数値計算例

圧縮荷重を受ける単軸部材を対象とし、ひずみが局所化している部材を考える。ただし、部材軸の任意断面における応力は一定であると仮定する。また、諸記号の変数定義については前報[1]と同じものとする。部材全体の長さを L とし、軟化領域の長さを ΩL 、除荷領域の長さを $(1-\Omega)L$ とし、材料は同じであるが2つの異なる構成関係式を定義する。

軟化領域： $\dot{\sigma} = E_t \dot{\epsilon}_t$, $E_t = E_t(\epsilon_t) < 0$ (1)

除荷領域： $\dot{\sigma} = E_u \dot{\epsilon}_u$, $E_u = E_u(\epsilon_u) > 0$ (2)

ここで、応力がコンクリートの圧縮強度に到達すると局所化が始まるものと考え、軟化領域の長さを表現する無次元値 Ω は、0~1の範囲で与えられる。また、 E_t と $\dot{\epsilon}_t$ は軟化領域における弾性係数とひずみ速度を示し、 E_u と $\dot{\epsilon}_u$ は除荷領域のそれらを示す。局所化の開始において、2つの異なる弾性係数を $E_t < 0$ 、 $E_u > 0$ と仮定する。

局所化した材料の構成方程式を誘導するためには、次に適合条件を考える必要がある。部材全体の長さ L に対する全変形速度 $\dot{u}$ は、非局所モデル(nonlocal model)の概念[1]を用い、重み関数 $\phi(z)$ により、次式のように表されるものとする。

$$\frac{du}{dx} = \int_L \dot{\epsilon}(x+z) \phi(z) dz \quad (3)$$

上式において、 $\dot{\epsilon}(x)$ は部材軸に沿った局所ひずみ速度である。ここで、図-1は、局所化した部材のひずみ分布を示したものである。さらに、単軸部材は軟化領域と除荷領域を含むので、 $\dot{\epsilon}(x)$ は次のように表される。

$$\dot{\epsilon}(x) = \begin{cases} \dot{\epsilon}_t(x; \Omega L) \\ \dot{\epsilon}_u(x; (1-\Omega)L) \end{cases} \quad (4)$$

一方、 $\dot{\epsilon}^*$ は平均化したひずみ速度として導入され、次式のように明解に定義される。

$$\dot{u}(x=L) = \int_L \dot{\epsilon}^*(x) dx = \int_{\Omega L} \dot{\epsilon}_t(x) dx + \int_{(1-\Omega)L} \dot{\epsilon}_u(x) dx \quad (5)$$

簡略化のため、重み関数は、対応する領域の範囲内で一様であると仮定する。従って、平均化したひずみ速度 $\dot{\epsilon}^*$ について最終的に次式を導く。

$$\dot{\epsilon}^* = \Omega \dot{\epsilon}_t + (1-\Omega) \dot{\epsilon}_u \quad (\because \dot{u} \equiv \dot{\epsilon}^* L) \quad (6)$$

この式は、局所化した単軸部材における、簡略化した変形の適合条件として解釈され、結果的に前報[3]と同じ表現となったが、 $\phi(z)$ に非線形関数を導入することにより、より精緻な解析が可能となる。

以上の条件に基づき、次式のような単軸部材全体としての増分形式による構成関係式を導出した。

$$\dot{\sigma} = E^* \dot{\epsilon}^*, \quad E^* = \frac{E_t}{(1+k)\Omega - k} \quad (7)$$

次に、定式化した構成則、式(7)に基づき、軟化領域の比 Ω をピーク応力以降0.4, 0.6, 0.8, 1.0と変化させた数値計算結果を図-2に示す。同図では、 $\Omega=0.4$ の時、最もひずみが局所化した状態の例を示している。

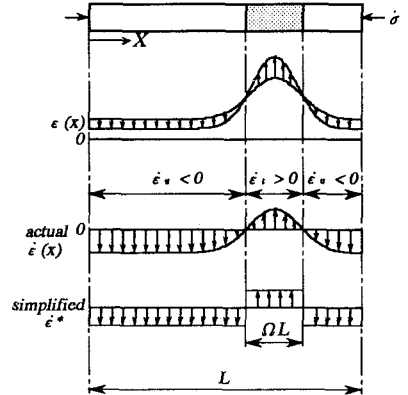


Fig.1 Strain Distribution along the Localized Member

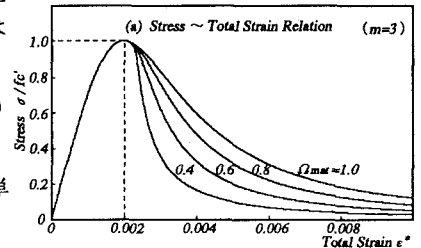
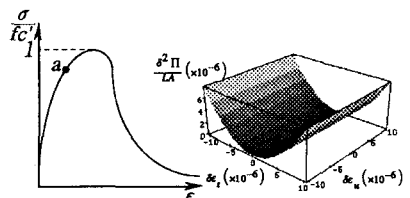
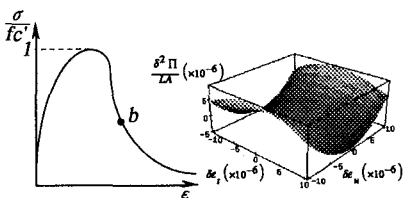


Fig.2 Parametric Numerical Simulation of Stress $\sigma \sim$ Average Strain ϵ^* Relation ($\Omega=0.4, 0.6, 0.8, 1.0$)



(a) Before Peak Stress (no localization)



(b) After Peak Stress (localization)

Fig.3 The Characteristic of Surfaces of Second Variation of Potential Energy

3. 安定／不安定条件の導出

次に、ピーク応力以降における圧縮部材の安定/不安定条件を導出するため、3次元場におけるポテンシャルエネルギーの第2変分[2]を提示する。そこで、ポテンシャルエネルギーの第2変分を体積 $L A$ で正規化するとともに、各領域でのひずみが一定であると仮定すると、次式が得られる。

$$\frac{\delta^2 \Pi}{LA} = \Omega E_t (\delta \epsilon_t)^2 + (1-\Omega) E_u (\delta \epsilon_u)^2 \quad (8)$$

図-3は、 $\delta^2 \Pi / LA$ を、両ひずみに対する変分 $\delta \epsilon_t$ と $\delta \epsilon_u$ の2自由度問題として解釈した時、 $\delta^2 \Pi / LA$ の(a)ピーク応力前と(b)ピーク応力後の変化を示したものである。同図から、点aにおいては、すべての領域において $\delta^2 \Pi / LA > 0$ であるのに対して、点bでは、正負領域が混在しているのがわかる。一方、変位制御の場合、式(8)は1自由度問題に変換される。ここで、部材端部の変位 u を $\delta u = 0$ で変位制御すると、次式の適合関係を導くことができる。

$$\delta \epsilon_u = -\frac{\Omega}{(1-\Omega)} \delta \epsilon_t \quad \text{または} \quad \delta \epsilon_t = -\frac{(1-\Omega)}{\Omega} \delta \epsilon_u \quad (9)$$

図-4は、 $\delta \epsilon_t \sim \delta \epsilon_u$ 平面上において、上式と $\delta^2 \Pi / LA$ の正負領域との関係を表したものである。さらに、式(9)を式(8)に代入し、最終的に次式を定式化することができる。

$$\frac{\delta^2 \Pi}{LA} = \frac{(1-\Omega)\{(1+k)\Omega-k\}}{\Omega} E_u (\delta \epsilon_u)^2 = -\frac{\Omega\{(1+k)\Omega-k\}}{k(1-\Omega)} E_t (\delta \epsilon_t)^2 \quad (10)$$

従って、 $\delta^2 \Pi$ の符号から安定条件を次のように表すことができる。

$$\Omega > \frac{k}{1+k} \rightarrow \text{安定} (\delta^2 \Pi > 0), \quad \Omega < \frac{k}{1+k} \rightarrow \text{不安定} (\delta^2 \Pi < 0) \quad (11)$$

以上の条件は、式(7)における弾性係数 E^* の符号と等価となり、 $E^* < 0 \rightarrow$ 安定、 $E^* > 0 \rightarrow$ 不安定という結果になる。このことはまた、軟化 $\rightarrow$ 安定、snapback $\rightarrow$ 不安定という帰結を意味するものである。ただし、これは、変位制御された状態の時のみ有効である。

4. 数値シミュレーション

本手法の適用に際し、材料の特性に応じた軟化領域の比 Ω を合理的に評価するため、次式のような簡易的なモデル化を仮定した。

$$\Omega = 1 - (1 - \Omega_{mat}) \left(\frac{\epsilon_t - \epsilon_c}{\epsilon_{mat} - \epsilon_c} \right) \quad (12)$$

ここで、 Ω_{mat} は材料ごとに定まる局所化領域の最小値を示し、 ϵ_{mat} はこれに至るときのひずみを表す。また、局所化領域の最小値 Ω_{mat} を次式のように仮定した。

$$\Omega_{mat} = n G_{max} / L \quad \left(G_{max}: \text{骨材の最大寸法}, n: \text{定数} \right) \quad (13)$$

図-5は、材料は同じであるが、部材長さが異なるa, b, cの3種類について、応力と部材端部の変位 $u (= \epsilon \cdot L)$ との関係を表したものである。これらは、局所化領域の長さ $\Omega_{mat} L$ ($n G_{max}$) が同一で、部材長さ L の比が1:2:4の部材である。同図より、圧縮強度に至るまで3曲線は寸法比の変形量をとるが、ピーク応力以降は、異なる降下曲線を呈することがわかる。特に、cのように部材に占める局所化領域が小さいほど、変位制御下では、ピーク応力以降 snapback を起こし、不安定状態になることがわかる。

<参考文献>

- [1]Bazant,Z.P.:鉄筋コンクリートの有限要素法解析に関する第2回日米セミナー報告集、社団法人 日本コンクリート工学協会、pp.68-75、1991
- [2]Tauchert,T.R.(鷲津・岩本訳):構造力学とエネルギー原理、ブレイン図書出版、1979
- [3]服部尚道、西村尚朋、吉川弘道:局所化したひずみを有するコンクリートの構成則と安定条件、土木学会第47回年次学術講演会概要集第5部、V-401、pp.832-833、1992

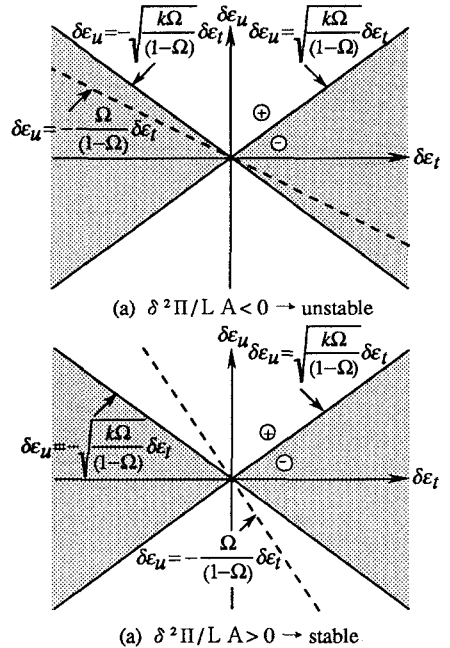


Fig.4 Schematic Description of stability/unstability Condition on $\delta \epsilon_t \sim \delta \epsilon_u$ Plane

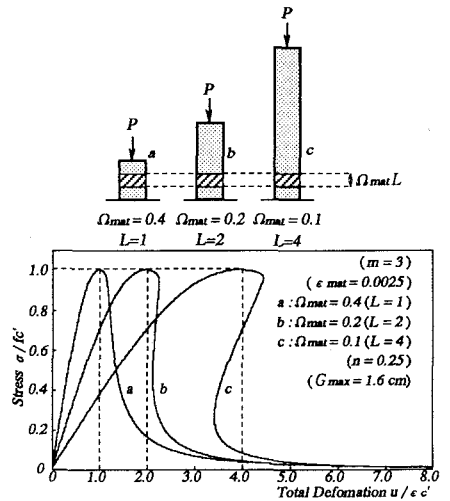


Fig.5 Stress $\sigma \sim$ Total Deformation u Relation