

日本大学 学生員○李 鴻鈞

日本大学 正 員 能町純雄

日本大学 正 員 木田哲量

日本大学 正 員 澤野利章

1. はじめに: 従来は材料弾性曲線の形状に対比して, オイラー, チモシェンコらは非線形梁のエラスチカを論じた例と非線形振動系に正弦波的に外力による強制振動の復元力を三次式で表されるダフフィン型を表現した手法の例もある。本研究では, コンクリートの応力-ひずみ関係をダフフィン型に仮定して鉄筋コンクリート梁が単純曲げを受ける時の弾性状態から終局破壊状態までについて検討を行う。

2. 解析方法: コンクリートが外力の作用によって示す応力-ひずみの非線形関係を式(1)とする。また, 曲げモーメントの極値に対するひずみ値 ε_{CB}' は $dM/d\varepsilon = 0$ として求められ, 式(2) のようになる。

$$\sigma_c = E_c \left(\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_c^3}{3\varepsilon_{CB}^2} \right) \quad (1)$$

$$\varepsilon_{CB}' = \left(\frac{5}{3} \right)^{1/2} \varepsilon_{CB} \quad (2)$$

ここで, E_c : 弾性係数。また, 鉄筋の応力-ひずみ関係とコンクリートの圧縮応力と弾性係数の関係は土木学会コンクリート標準示方書に従って力学の解析を行う。

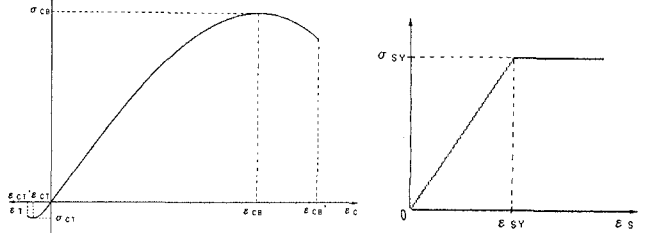


図-1 コンクリート・鉄筋の応力-ひずみ関係

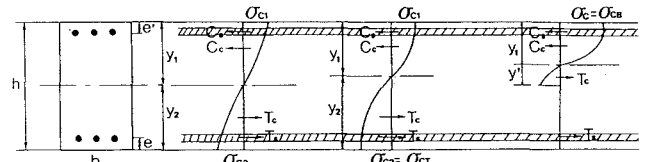


図-2 はり断面の応力分布状態

鉄筋コンクリート梁の断面の諸元及び応力分布状態を図-2 に示すとおりとする。まず, ひび割れを発生する前の断面における水平方向とモーメントのつり合い式は次のようになる。

$$\int_0^{y_2} \sigma_{c2} b dy + E_s A_{ST} \phi (h - y_1 - e) - \int_0^{y_1} \sigma_{c1} b dy - E_s A_{SC} \phi (y_1 - e') = 0 \quad (3)$$

$$M = \int_0^{y_2} \sigma_{c2} b y dy + E_s A_{ST} \phi (h - y_1 - e)^2 + \int_0^{y_1} \sigma_{c1} b y dy + E_s A_{SC} \phi (y_1 - e')^2 \quad (4)$$

ここで, ϕ : 曲率, A_{ST} : 引張鉄筋の総断面積, A_{SC} : 圧縮鉄筋の総断面積

$$\text{いま, } X = \frac{\phi y_1}{\varepsilon_{CB}} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{CB}}, \quad X' = \frac{\phi y_1}{\varepsilon_{CB}} = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_{CB}}, \quad X + X' = \frac{\phi h}{\varepsilon_{CB}}, \quad M' = \frac{M}{E_c b h^2 \varepsilon_{CB}}$$

とすると, 式(3), (4)の σ_c に式(1)を代入すると次のようになる。

$$X'^2 \{ 5/12 + n (P_C D' - P_T D + P_T) \} + X' \{ X n (2 P_C D' - P_C + P_T - 2 P_T D) \} - n X^2 (P_C - P_C D' + P_T D) - X^2/2 + X^4/12 = 0 \quad (5)$$

$$M' = \frac{X^3 + X'^3 - (X^5 + X'^3)/5}{3(X + X')^2} + \frac{n P_C \{ X - (X + X') D' \}^2}{X + X'} + \frac{n P_T (X' - X D - X' D)^2}{X + X'} \quad (6)$$

ここで, $n = E_s/E_c$, $P_C = A_{SC}/b h$, $P_T = A_{ST}/b h$, かぶり $e = h D$, 中立軸比 $\beta = y_1/h = X/(X + X')$, なお, $X' \leq \varepsilon_{CT}'/\varepsilon_{CB}$, また, $\sigma_{CT} = 24 + 0.052 (\sigma_{CB} - 200)^{1/3}$ となる。

次に, ひび割れ発生時の場合は鉄筋とコンクリートのひずみが $\varepsilon_{ST} < \varepsilon_{SY}$, $\varepsilon_{SC} < \varepsilon_{SCY}$, $\varepsilon_T = \varepsilon_{CT}'$ であるから式(3), (4)に相当するつり合い式は次のようになる。

$$\beta^2 \left(\frac{X^3}{12} - \frac{X}{2} + \frac{X'^2}{2X} - \frac{X'^4}{12X^2} \right) - \beta n X (P_T + P_C) + n X (P_C D' + P_T - P_T D) = 0 \quad (7)$$

$$M' = \frac{\beta^2}{3} \left(X - \frac{X^3}{5} + \frac{X'^3}{X^2} - \frac{X'^5}{5X^2X'^2} \right) + n P_C X \left(\beta - 2D' + \frac{D'^2}{\beta} \right) + n P_T X \left(\frac{1}{\beta} - 2 - \frac{2D}{\beta} + 2D + \beta + \frac{D^2}{\beta} \right) \quad (8)$$

ここで, $X' = \varepsilon_{CT} / \varepsilon_{CB}$, $X'' = \varepsilon_{CT}' / \varepsilon_{CB}$

さらに, 引張鉄筋が降伏に至った場合は $\varepsilon_{ST} \geq \varepsilon_{STY}$, $\varepsilon_{SC} < \varepsilon_{SCY}$, $\varepsilon_T = \varepsilon_{CT}'$ の場合であるから, つり合い式は式(3)の第2項を $\sigma_{SYT} A_{ST}$ として, 式は次のようになる。

$$\beta^2 \left(\frac{X^3}{12} - \frac{X}{2} + \frac{X'^2}{2X} - \frac{X'^4}{12XX'^2} \right) - \beta (nXP_C - \eta P_T) + nXP_C D' = 0 \quad (9)$$

$$M' = \frac{\beta^2}{3} \left(X - \frac{X^3}{5} + \frac{X'^3}{X^2} - \frac{X'^5}{5X^2X'^2} \right) + n P_C X \left(\beta - 2D' + \frac{D'^2}{\beta} \right) + \eta P_T (1 - \beta - D) \quad (10)$$

そして, 引張・圧縮両鉄筋ともに降伏に至った場合は $\varepsilon_{ST} \geq \varepsilon_{STY}$, $\varepsilon_{SC} \geq \varepsilon_{SCY}$, $\varepsilon_T = \varepsilon_{CT}'$ であるから, つり合い式は式(3)の第2項を $\sigma_{SYT} A_{ST}$, 第4項を $\sigma_{SYC} A_{SC}$ として, 次のようになる。

$$\beta = \frac{\eta' P_C - \eta P_T}{\frac{X^3}{12} - \frac{X}{2} + \frac{X'^2}{2X} - \frac{X'^4}{12XX'^2}} \quad (11)$$

$$M' = \frac{\beta^2}{3} \left(X - \frac{X^3}{5} + \frac{X'^3}{X^2} - \frac{X'^5}{5X^2X'^2} \right) + \eta' P_C (\beta - D') + \eta P_T (1 - \beta - D) \quad (12)$$

ここで, $\eta = \sigma_{SYT} / E_C \varepsilon_{CB}$, $\eta' = \sigma_{SYC} / E_C \varepsilon_{CB}$

なお, 圧縮鉄筋のみが降伏に至った場合は $\varepsilon_{ST} < \varepsilon_{STY}$, $\varepsilon_{SC} \geq \varepsilon_{SCY}$, $\varepsilon_T = \varepsilon_{CT}'$ であるから, つり合い式は式(3)の第4項を $\sigma_{SYC} A_{SC}$ として, 次のようになる。

$$\beta^2 \left(\frac{X^3}{12} - \frac{X}{2} + \frac{X'^2}{2X} - \frac{X'^4}{12XX'^2} \right) - \beta (nXP_T + \eta' P_C) + nXP_T (1 - D) = 0 \quad (13)$$

$$M' = \frac{\beta^2}{3} \left(X - \frac{X^3}{5} + \frac{X'^3}{X^2} - \frac{X'^5}{5X^2X'^2} \right) + \eta' P_C (\beta - D') + n P_T X \left(\frac{1}{\beta} - 2 - \frac{2D}{\beta} + 2D + \beta + \frac{D^2}{\beta} \right) \quad (14)$$

平面保持法に従う場合には ε_{ST} と ε_{SC} は次のようになる。

$$\frac{\varepsilon_{ST}}{\varepsilon_{CB}} = \frac{X(1 - \beta - D)}{\beta} \quad (15)$$

$$\frac{\varepsilon_{SC}}{\varepsilon_{CB}} = \frac{X(\beta - D')}{\beta} \quad (16)$$

3. 結果及び考察: 文献¹⁾を参考にして, 梁の幅15cm, 高さ18cm, 長さ150cmの単純梁の3等分点に同等荷重を2点荷載した時の単鉄筋RC梁の形状寸法及び力学の計算条件が表-1である。表-2は, その実測値と藤田氏の理論値とACIの規定及び土木学会コンクリート示方書の応力分布の形(ブロック応力法)を用いて計算した終局状態の計算値と本研究の式で求めた計算値との比較したものである。その結果, ひび割れ直前と終局状態の曲げモーメントは本研究の計算値はよい精度である。

表-1 RC梁の形状寸法及び力学性状

梁	D (cm)	A _{ST}	σ _{SYT} (kg/cm ²)	E _s (kg/cm ²)	σ _{CB} (kg/cm ²)
①	16.0	2.36	3300	1.95 × 10 ⁶	226
②	15.9	4.02	3180	2.18 × 10 ⁶	244
③	16.0	4.73	2930	2.00 × 10 ⁶	251
④	16.3	2.71	2990	2.00 × 10 ⁶	287

表-2 実測値との比較

梁	ひび割れモーメント (t・m)				破壊モーメント (t・m)			
	実測値	弾性理論値	藤田	本理論	実測値	ACI	藤田	本理論
①	0.50	0.37	0.56	0.52	2.60	2.39	2.46	2.49
②	0.74	0.46	0.72	0.67	2.96	2.21	3.50	3.04
③	0.77	0.50	0.80	0.72	3.77	2.70	3.72	3.20
④	0.65	0.46	0.68	0.61	3.17	2.70	2.77	2.96

1) 藤田嘉夫: 単純曲げにおける鉄筋コンクリート桁およびプレストレストコンクリート桁の極限強さ設計法に関する研究, コンクリート・ライブラリー第16号, 1967. 5