

IV-278

同方向優先一方通行路の解析

鳥取大学工学部 正会員 奥山 育英
鳥取大学大学院 学生員 ○藤原 栄吾

1. はじめに

道路交通において道路工事や交通事故時あるいは地方の幅員の狭い車道などで複数の車線を確保できない場合、交互に一方通行を余儀なくされる。本研究では、このような車道（一方通行路）の進入待ち時間について、車両の単位時間あたりの到着台数（到着率）、一方通行路通過時間、車両の一方通行路進入時間差等を考慮に入れた待ち行列モデルを作成し、進入待ち時間を導く手法を示す。

2. 車両の通行特性

1) 通行方式

通行方式は人為的な管制を受けない同方向優先方式とする。これは一方通行路入口に到着した車両は、一方通行路内に同方向に通行中の車両が存在する場合はそのまま進入し、対向車両が存在する場合は入り口で待機して一方通行路内の対向車両がすべて通過を終えて、一方通行路内に対向車両が存在しなくなってから進入する方式である。

2) 到着率、通過時間の分布

図1において、入り口A、Bの車両の到着台数は各々平均 λ 、 μ （台/分）のポアソン分布に従うと仮定する。また通過時間は進入待ち車両が存在しない場合、平均 $1/\nu_1$ （分）、K台の進入待ち車両が存在する場合、K台目の通過時間を平均 $1/\nu_1 + K(1/\nu_2)$ （分）とする。ここで $1/\nu_2$ は車両間の一方通行路への進入時間差（車間時間間隔）を表わす。 $1/\nu_1$ 、 $1/\nu_2$ はそれぞれフェーズN、Lのアーラン分布に従うものとする。

3) 最大許容待ち台数

一方通行路入り口における最大許容進入待ち台数をM台とする。ここで、M台の進入待ち車両が存在する確率が無視できるような大きなMをとれば $M=\infty$ をカバーしていることとなる。

3. 推移確率モデル

2において平均 $1/\nu_1$ 、フェーズNのアーラン分布とは、平均が $1/(N\nu_1)$ のN個の独立な指数分布の和の分布である。よって一方通行路をNに分

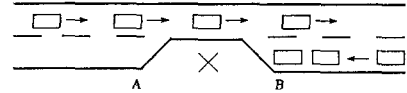


図1 一方通行路

割した各区間の通過に要する時間は指数分布に従いこれらN区間全体の通過時間が一方通行路通過時間となる。このときJ番目の区間に車両がいる状態をJ番目のフェーズにと呼ぶとき、一方通行路に車両が存在する状態は次のように分類できる。

E : 一方通行路が空の状態

$A_I (M-K)L+J$: 一方通行路で(A→B)方向の通行車両がありその最後尾の車両が(M-K)L+J番目のフェーズにいて、入り口Bで(B→A)方向の車両がI台待っている状態
($0 \leq I \leq M$, $0 \leq K \leq M$, $1 \leq J \leq N$)

$B_I (M-K)L+J$: 一方通行路で(B→A)方向の通行車両がありその最後尾の車両が(M-K)L+J番目のフェーズにいて、入り口Aで(A→B)方向の車両がI台待っている状態
($0 \leq I \leq M$, $0 \leq K \leq M$, $1 \leq J \leq N$)

ここでA、Bに到着する車両の到着時間間隔分布は各々 $1/\lambda$ 、 $1/\mu$ の指数分布に従う。また通過時間は、各フェーズに滞在する時間が最後尾の車両が一方通行路通過中の場合 $1/(N\nu_1)$ 、そうでない場合 $1/(L\nu_2)$ の指数分布に従うことからそれらすべての和の分布である。よって任意の時刻から微小時間 Δt の間に入り口A、Bに車両が到着する確率は各々 $\lambda \Delta t$ 、 $\mu \Delta t$ であり各フェーズから出る確率は、 $N\nu_1 \Delta t$ もしくは $L\nu_2 \Delta t$ で与えられる。したがって微小時間 Δt における各状態間の推移確率図は図2のようになる。

図中の $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ は、

$$\alpha = \lambda \Delta t, \quad \gamma = N \nu_1 \Delta t$$

$$\beta = \mu \Delta t, \quad \varepsilon = L \nu_2 \Delta t$$

である。また状態 $B_{(M-K)L+J}$ の推移確率は、図2においてAとBおよび α と β をすべて交換すればよい。

4. 進入待ち時間の解析

図2の状態間の推移図は、 $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ をあたえることにより有限マルコフ連鎖となる。有限マルコフ連鎖は必ず定常解を持つことが証明されており、状態E, $A_{(M-K)L+J}$, $B_{(M-K)L+J}$ の定常解をそれぞれ $e, a_{(M-K)L+J}, b_{(M-K)L+J}$ とすると、これらの定常解は $\lambda, \mu, \nu_1, \nu_2, L, M, N$ を与えると連立方程式の解として導くことができる。

このとき一方通行路内を（B→A）方向の車両が通行中で、入り口AでI台の車両が待っている確率を PA_I 、逆にBでI台の車両が待っている確率を PB_I とすると PA_I, PB_I はそれぞれ

$$PA_I = \sum_{j=1}^{ML+N} b_{I,j}, \quad PB_I = \sum_{j=1}^{ML+N} a_{I,j}$$

で表わされる。（図3は、 $\lambda, \mu, \nu_1, \nu_2, L, M, N$ を与えたときの待ち台数とその確率の分布である。）

したがって、A, Bでの車両の平均進入待ち台数をそれぞれ L_A, L_B とすると

$$L_A = \sum_{i=0}^M i \cdot PA_i, \quad L_B = \sum_{i=0}^M i \cdot PB_i$$

で与えられる。このとき最大待ち台数Mは無限大であることが望ましいが解を得ることができない。しかし、M台待ちの確率 PA_M もしくは PB_M が無視できる大きさとなるようにMを設定すれば実質的に待ち台数の制限がないと見なすことができる。

平均待ち時間に関してはLittleの公式が成立することから入り口AおよびBにおける平均進入待ち時間 W_A, W_B は L_A, L_B および λ, μ を用いて

$$W_A = \frac{L_A}{\lambda}, \quad W_B = \frac{L_B}{\mu}$$

により導くことができる。

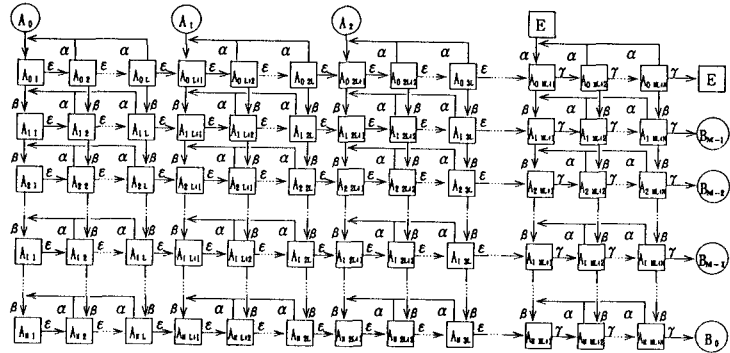


図2 微小時間 Δt における推移確率図

注) □ は状態、○ は接続記号を表す

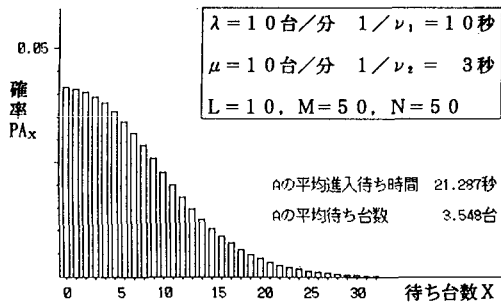


図3 進入待ち台数の分布

5. おわりに

一方通行路における進入待ち時間は到着率や通過時間のみに依存するのではなく車間時間間隔に大きく依存する。これは2. 2)での通過時間からも明らかである。

本研究においては、車間時間間隔をすべて平均（ $1/\nu_2$ ）としているうえで現実的であるとはいえないものの車間時間間隔が全体の待ち時間に及ぼす影響を明らかにすることができた。

参考文献

- 1) W・フェラー、国沢清典：確率論とその応用Ⅱ 上下、紀伊国屋書店、1970.
- 2) 奥山 育英：海上交通計画情報に関する研究、pp49~54, 1985.