# Ⅳ-167 鉄道縦断線設計の最適化に関する検討

群馬大学大学院 学生員 叶 霞飛
群馬大学工学部 正会員 青島縮次郎

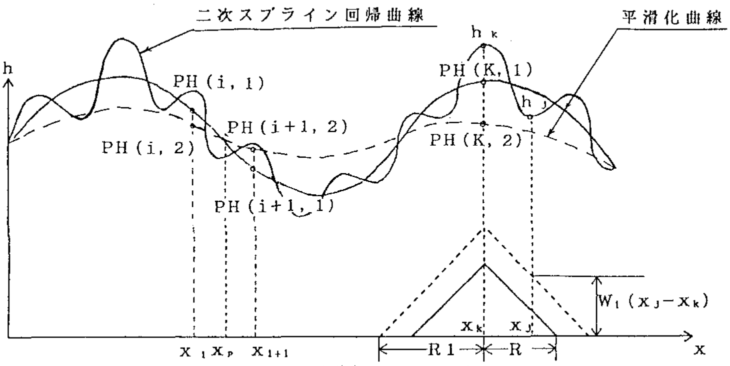
## １．はじめに

鉄道線路の設計は三次元空間の問題であるから、それを二つの互いに関連がある二次元空間の問題（すなわち鉄道平面線設計と鉄道縦断線設計）に分けて解くことは鉄道設計の現実的解決法である。本研究では、ある鉄道平面線を与件としたときの鉄道縦断線設計の最適化問題について検討する。

## ２．研究方法

### （１）勾配変更点の決定

本研究では鉄道縦断設計線は一次Ｂスプライン関数曲線によって表現されるとして、それができるだけ地形縦断線に近似するように、地形縦断線の隣変曲点の中心点を一次Ｂスプライン関数の節点（すなわち勾配変更点）とする。そして図－１のとおり、等間隔節点を基礎とする二次Ｂスプライン関数曲線で地形縦断線の回帰曲線を求めてから、三角形関数による重み付け平均法でその標高に平滑化を行う。三角形関数の半径によって、平滑化曲線の結果は異なるが、しかしいくつかの平滑化曲線は大体同じような波長があり、同じ変曲点の近傍で交差することが明らかとなっている。これらの点が地形縦断線の変曲点なのである。このようにして変曲点を求める方法は“変曲点ロケーション法”と呼ばれている。それを基礎にし、制約条件と専門家の考え方とを結び付けて、勾配変更点の位置が決められる。



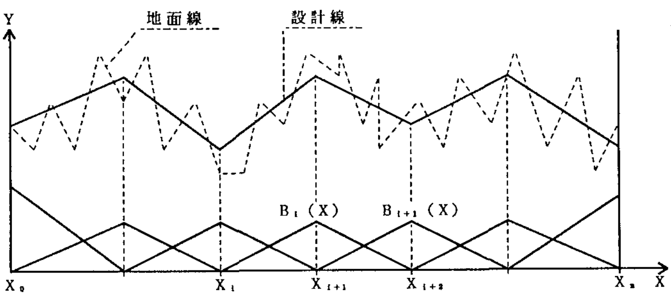
図－１　変曲点ロケーション法略図

### （２）問題の定式化

前に得た勾配変更点を一次Ｂスプライン関数の節点$X_i$（$i=0, 1, \cdots, n$）とすると、図－２のような一次Ｂスプライン関数基底$B_i(X)$（$i=-1, 0, 1, \cdots, n-1$）が形成される。そして$X_i$を節点とする任意の一次Ｂスプライン関数曲線は次式によって表現できる。

$$Y(X)=\sum_{i=-1}^{n-1} C_i \cdot B_i(X) \quad \text{---} (1)$$

式の中で、$C_i$（$i=-1, 0, 1, \cdots, n-1$）は一次Ｂスプライン関数曲線の未定係数である。本問題の目的は工事コスト最小の縦断線を得るために、どのようにこの係数$C_i$を決めるかということである。ここで、工事コストを目的関数とする表現式を求めると次のようになる。



図－２　一次Ｂスプライン関数での鉄道縦断線最適設計略図

$$Q=\sum_{K=1}^{K0} P(X_K)\cdot\{A(h_K)\cdot h_K^2+B(h_K)\cdot|h_K|+C(h_K)\}\triangle X_K$$

$$+\sum_{r=1}^{R} T_r\cdot(e_r\cdot h_r^2+f_r\cdot|h_r|+g_r) \longrightarrow \min \quad \text{---------} (2)$$

式の中で、$Q$：工事コスト（元）

$P(X_K)$：K番目の横断面部の工事単価（元／$m^3$）

$h_K$：K番目の横断面部の設計標高$Y(X_K)$と地面標高$Wh_K$の差（m）

$h_r$：r番目の橋脚部の設計標高$Y(X_r)$と地面標高$Wh_r$の差（m）

$A(h_K)$、$B(h_K)$、$C(h_K)$：K番目の横断面の土工量面積$S(h_K)$を計算するための係数、その係数の計算式は$h_K$によって１０種類に分けられる。

$\triangle X_K$：K番目の横断面とK＋１番目の横断面間の距離（m）

R：すべての橋梁の橋脚数の総和

$T_r$：単価と単価の間の比較判断因子

$e_r$、$f_r$、$g_r$：予め最小自乗法で得た橋梁のコストに関する係数

また、$h_K = Y(X_K) - Wh_K$、$h_r = Y(X_r) - Wh_r$　及び式（１）を式（２）に代入すると

$$Q = f\left(A(h_K)、B(h_K)、C(h_K)、C_i^2\right) \longrightarrow \min \quad \text{-------}(3)$$

となる。行列を用いて、式（３）を簡単にすると、

$$Q = C^t \cdot E \cdot C/2 + F^t \cdot C + G \longrightarrow \min \quad \text{------}(4)$$

となる。これは$C_i$に対する分割二次型である。但し、E、F、Gの元は$h_K$による階段関数である。各分割区域内で、Eは（n＋1）×（n＋1）三対角行列であり、Fは（n＋1）×１行列であり、Gは定数であり、$C = (C_{-1}, C_0, \cdots, C_{n-1})^t$は求めようとする説明変数ベクトルである。

**（３）制約なしの最適解を求める**

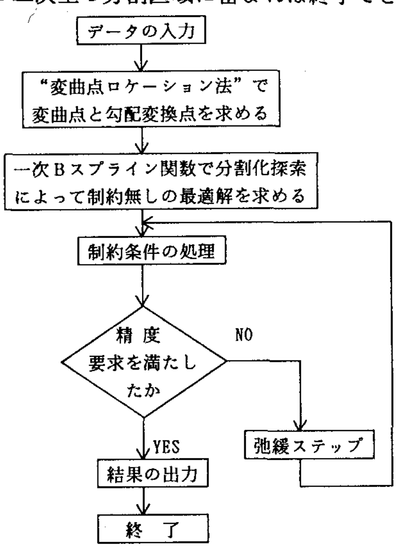
目的関数（４）は各分割区域内で、みんな正定値二次型である。その係数行列は三対角線対称行列で、追い掛け法でその解を求めることができる。但し、求めた解は出発点の二次型の分割区域に留まれば終了できるが、そうでない場合、その解が境面を越えるから、式（４）の制約なしの最適解を得るために、分割区域によって最適化の可能な方向に沿って、次々に最適解の探索を行わなければならない。また、毎回の探索では一つの横断面の情報を変えるだけだから、一次Ｂスプライン関数の局所特性にしたがって、Ｅの三つの成分（対称であるから）とＦの二つの成分を直しさえすればすむこととなる。

**（４）制約付きの最適解を求める**

鉄道縦断線設計に関する制約条件は主にａ）最急勾配制約、ｂ）隣勾配代数差の制約、ｃ）設計標高の制約、ｄ）勾配変更点間長の制約、ｅ）縦曲線と緩和曲線間の競合制約などである。その中で、ｄ）は勾配変更点を決める過程の中に満たされ、ｅ）は勾配変更点の移動プログラムによって解決される。他の制約はその係数を調整することによって満たされる。また、前に求めた制約なしの最適解$C_0$による鉄道縦断線の工事コストが一番安いわけであるから、本研究では弛緩交替法を利用し、求めようとする制約付きの最適解をできるだけ制約なしの最適解$C_0$に近づけようとするものである。基本的な弛緩交替公式は

$$C_{K+1}^0 = C_K + K_C(C_0 - C_K) \quad \text{---}(5)$$

となる。ここで、$K_C$は弛緩因子である。この方法の粗筋は図－３のようである。




図－３　鉄道縦断線設計の最適化の概略フロー

## ３．まとめ

事例研究によれば、以上の方法は高速で、工事コストや人件費などを節約できるだけでなく、鉄道線路設計全体の時間も大いに短縮できることが分かった。今後の課題として、勾配変更点を決める方法や制約付きの最適化問題を解決する手法について改良する必要がある。その詳細は当日発表の予定である。