Ⅳ-150　渇水に対する信頼性制約を考慮した統合的操作ルール設計モデル
－複数貯水池系を対象として－

鳥取大学大学院　学生会員　○阿部康紀　鳥取大学工学部　正会員　多々納 裕一
鳥取大学工学部　正会員　小林 潔司

1. 研究のねらい

水利用システムの渇水に対する信頼性を評価する際には、渇水の「生起頻度」、「期待継続期間」及び「期待損失」を総合的に評価する必要がある。著者らは渇水の「生起頻度」、「期待継続期間」を制約として有する貯水池操作ルール設計モデルを提案してきた。しかしながら、このモデルは単一貯水池を対象として定式化されている。本研究ではモデルの適用性を向上させるために複数貯水池系の統合的操作ルール設計モデルへとこのモデルを一般化することを目的とする。

2. 統合的操作ルール設計モデルの定式化

1) 流域のモデル化

本研究では、N個の貯水池とM個の評価地点を有する流域を想定し、渇水に対する信頼性制約を考慮した統合的操作ルール設計モデルを定式化する。まず、N個の貯水池とM個の評価地点にそれぞれ番号 $i(i=1,\cdots,N)$、$m(m=N+1,\cdots,N+M)$ を付与する。ここで、各貯水池、評価地点によって流域を分割し、各分割流域の下流端に位置する貯水池または評価地点の番号を用いて各分割流域に番号を設定する。参考として、図-1に３貯水池と２評価地点を有する流域モデルを示す。

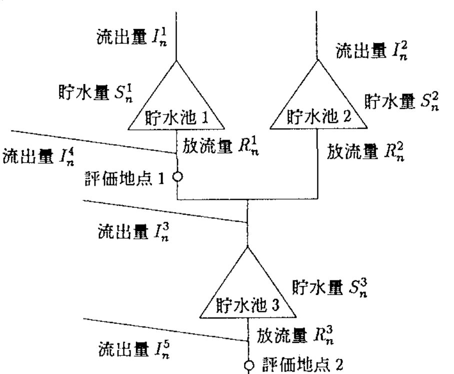

図-1　３貯水池と２評価地点を有する流域モデル

ここで、分割流域jからの流出量をI_n^j、貯水池iの貯水量をS_n^i、放流量をR_n^iとすると、貯水池iでの連続式は次式で定義される。

$$S_{n+1}^i = S_n^i + I_n^i + \sum_{j\in\Gamma_i} I_n^j + \sum_{j\in\Lambda_i} R_n^j - R_n^i \quad (i=1,\cdots,N) \tag{1}$$

また、評価地点mの流量をQ_n^mとすると、評価地点mでの連続式は次式で定義される。

$$Q_n^m = I_n^m + \sum_{j\in\Xi_m} I_n^j + \sum_{j\in\Upsilon_m} R_n^j \quad (m=1,\cdots,M) \tag{2}$$

ただし、Γ_iは貯水池iの上流に位置する評価地点の番号の集合、Λ_iは貯水池iに接続する貯水池の番号の集合、Ξ_mは評価地点mに接続する評価地点の番号の集合、Υ_mは評価地点mに接続する貯水池の番号の集合である。

2) 状態ベクトルの定義

各貯水池iの当該期nの放流可能量X_n^iと、評価地点mにおいて、渇水が生起しているか否かを表す渇水モード変数δ_n^mを用いて状態ベクトルを以下のように定義する。

$$\boldsymbol{X}_n = (X_n^1,\cdots,X_n^N, I_n^{N+1},\cdots,I_n^{N+M}) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\delta}_n = (\delta_n^1,\cdots,\delta_n^M) \tag{4}$$

X_n^i、δ_n^mは次式で定義される。ただし、評価地点mにおける必要流量をD_mとする。

$$X_n^i = S_n^i + I_n^i + \sum_{j\in\Gamma_i} I_n^j + \sum_{j\in\Lambda_i} R_n^j \tag{5}$$

$$\delta_n^m = \begin{cases} 1 & \text{if } Q_n^m < D_m \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{6}$$

3) 貯水池操作ルールの定義

統合的操作ルールを貯水池システムの状態$(\boldsymbol{X}_n, \boldsymbol{\delta}_n)$の実現値$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})$に対して各貯水池からの放流量$\boldsymbol{r}=\{r_1,\cdots,r_N\}$の同時選択確率$\psi_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}^{\boldsymbol{r}}$を対応づける混合戦略型の統合的操作ルール$\Psi$として定義する。また、$r_i$の範囲$\Omega_i$は以下のように定義される。

$$\Omega_i = \{r_i | \max(0, x_i + \sum_{h\in\Lambda_i} r_h)\} \le r_i \le x_i + \sum_{h\in\Lambda_i} r_h\} \quad (7)$$

4) 渇水に対する信頼性制約の定義

渇水に対する水利用システムの信頼性を評価するために、以下のような評価指標を用いる。

a) 渇水の生起確率 PF_m

定常状態において水利用システムが渇水状態にある確率であり、次式で定義される。

$$PF_m = \sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} L_{PF}(q_m, k_m)\pi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k}|\Psi)\psi^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} \quad (8)$$

ただし、q_m は評価地点 m における流量であり式(3)により定まる。さらに、$\boldsymbol{\Omega} = (\Omega_1, \cdots, \Omega_N)$ であり、L_{PF} は次式で定義される関数である。

$$L_{PF}(q_m, k_m) = \begin{cases} 1 & \text{if } q_m < D_m \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

b) 渇水の生起頻度 FR_m

渇水状態が生じてから、次に正常状態に戻るまでの期間をひと続きの渇水と見ると、渇水の生起頻度はこのひと続きの渇水が生起する確率として次式で定義される。

$$FR_m = \sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} L_{FR}(q_m, k_m)\pi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k}|\Psi)\psi^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} \quad (10)$$

ただし、L_{FR} は次式で定義される関数である。

$$L_{FR}(q_m, k_m) = \begin{cases} 1 & \text{if } q_m < D_m \text{ and } k_m = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

c) 渇水の再現期間 RP_m

正常状態に復帰した後に再び渇水状態となるまでの期間数の期待値であり、次式で定義される。

$$RP_m = \frac{1}{FR_m} \quad (12)$$

d) 渇水の再現期間 ED_m

渇水が生起したという条件の下で、次に正常状態に戻るまでの期間数の期待値であり、次式で定義される。

$$ED_m = \frac{\sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} L_{PF}(q_m, k_m)\pi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k}|\Psi)\psi^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}}{\sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} L_{FR}(q_m, k_m)\pi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k}|\Psi)\psi^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}} \quad (13)$$

e) 渇水の期待損失 EL_m

評価地点 m での流量 q_m に対する社会的な損失を $L(q_m)$ とおくと、渇水による期待損失は次式で定義される。

$$EL_m = \sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} \pi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k}|\Psi)L(q_m)\psi^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} \quad (14)$$

5) 統合的操作ルール設計モデル

評価地点 m 毎の渇水の「生起頻度 FR_m」及び「期待継続期間 ED_m」を制約条件とする期待損失最小化モデルとして統合的操作ルール設計モデルを定式化すると以下のような確率 LP モデルに帰着できる。

$$\min_{\left\{Z^{*\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}\right\}} EL = \sum_{m=1}^{M} \sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} L(q_m, k_m) Z^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}$$

subject to

$$\begin{aligned}
&\sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} L_{FR}(q_m, k_m) Z^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} \le \overline{FR}_m \\
&\sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} L_{PF}(q_m, k_m) Z^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} \\
&\quad - \sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} \overline{ED}_m L_{FR}(q_m, k_m) Z^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} \le 0 \\
&\sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} Z^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{y},\boldsymbol{l})} = \sum_{\boldsymbol{r}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} P_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}{}^{\boldsymbol{r}}{}_{(\boldsymbol{y},\boldsymbol{l})} Z^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} \\
&\sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} \sum_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} Z^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} = 1 \\
&\sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} Z^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} \ge 0
\end{aligned} \quad (15)$$

ここで、$Z^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} = \pi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k}|\Psi)\psi^{\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}$ であり、$\overline{FR}_m$、$\overline{ED}_m$ はそれぞれ評価地点 m における渇水の「生起頻度 FR_m」、「期待継続期間 ED_m」の上限値である。この問題の解 $\left\{Z^{*\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}\right\}$ を用いて $\left\{\psi^{*\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}\right\}$ は以下のように算定される。

$$\psi^{*\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})} = \frac{Z^{*\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}}{\pi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k}|\Psi)} = \frac{Z^{*\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}}{\sum_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{\Omega}} Z^{*\boldsymbol{r}}_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{k})}} \quad (16)$$

3. 数値計算の結果

数値計算事例として、2 貯水池系をとりあげ 2 貯水池の配置・規模などの整備状況の違い、流入量のパラメータ(平均・分散)の違い、さらには、信頼性制約が統合的操作ルールに及ぼす影響について考察する。ここに数値計算の一例として、貯水池の規模が同じで流入量のパラメータが違う場合の統合的操作ルールを図-2 に示す。数値計算の詳細については講演時に発表する。

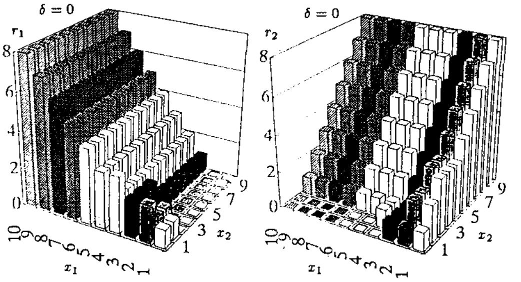

図-2　並列配置の統合的操作ルール(制約無し)