

## IV-90

## 軌道狂い区間分布特性値の収斂に関する理論解析

日本機械保線K K. 正員 佐藤吉彦

## 1. まえがき

軌道狂いが、狂い進みと整正の過程の中で次第に一定値に収斂することはすでに良く知られるところで、その標準偏差、P値、ロット代表値の平均値等一定区間の単一の値に関しては、単純な解析でこれが求められる<sup>1)</sup>が、これらの値の区間分布特性値の収斂に関しては、その理論値は求められていなかった。

以下、この特性に関して解析を進める。

## 2. 正規分布による場合

これは、標準偏差、P値ならびに正規化されたロット代表値の区間分布特性を求める場合に適用される。

初期分布

$$f_0(x) = 1/\{(2\pi)^{0.5}a\} \cdot \text{Exp}[-(x-1)^2/(2a^2)] \quad \dots\dots\dots (1)$$

整正過程

$$\begin{aligned} f_{11}(x) &= \int f(x') [1/\{(2\pi)^{0.5}d_{rs}\}] \text{Exp}[-(x-kx')^2/(2d_{rs}^2)] dx' \\ &= \int (1/k) f\{(x-\xi)/k\} [1/\{(2\pi)^{0.5}d_{rs}\}] \text{Exp}[-\xi^2/(2d_{rs}^2)] d\xi \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

この式は、整正過程において、事前の事象の確率密度関数を  $k$  倍し、その各々の値が標準偏差  $d_{rs}$  の正規分布を持つことを意味するが、これを追跡する際には、累積の事象のフーリエ変換においてその変換パラメータ  $\omega$  を  $k$  倍し、それに標準偏差が  $d_{rs}$  の正規分布の式のフーリエ変換を掛ければ良いことを意味している。

破壊過程

$$f_{12}(x) = \int f(x-x') [1/\{(2\pi)^{0.5}b_s\} \cdot \text{Exp}[-(x'-b)^2/(2b_s^2)]] dx' \quad \dots\dots\dots (3)$$

以上において、 $f_0()$ : 初期分布、 $f()$ : 事前分布、 $f_{11}()$ : 事後の確率密度関数、 $x=D/\overline{D}_0$ :  $D$ : 狂いの大きさ、 $\overline{D}_0$ : 初期狂いの平均値、 $a=D_{0s}/\overline{D}_0$ : 初期狂いの変動係数、 $D_{0s}$ : 初期狂いの標準偏差、 $d_{rs}=D_{rs}/\overline{D}_0$ 、 $D_{rs}$ : 整正過程における狂いの標準偏差、 $k$ : 整正係数、 $x'$ ,  $\xi$ : パラメータ、 $b=\Delta\overline{D}_0/\overline{D}_0$ 、 $\Delta\overline{D}_0$ : 狂い進みの平均値である。

つぎに、各過程のフーリエ変換を求めると次のように与えられる。

初期分布

$$F_0(\omega) = \text{Exp}[-a^2\omega^2/2+j\omega] \quad \dots\dots\dots (4)$$

整正過程

$$F_{11}(\omega) = F(k\omega) \cdot \text{Exp}[-d_{rs}^2\omega^2/2] \quad \dots\dots\dots (5)$$

破壊過程

$$F_{12}(\omega) = \text{Exp}[-b_s^2\omega^2/2+jb\omega] \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、大文字はそれぞれのフーリエ変換、 $\omega$ : 円周波数で表したフーリエ変換のパラメータ、 $j$ : 虚数単位  
フーリエ変換により破壊と整正の過程から第  $n$  次の破壊を求める。

第  $n$  過程

$$G_n(\omega) = \text{Exp}[-\{k^2na^2+k^{2(n-1)}(b_s^2+d_{rs}^2)+\dots+(b_s^2+d_{rs}^2)\}\omega^2/2+j\{kn+k(n-1)b+\dots+b\}\omega] \quad \dots\dots (7)$$

ここで、 $n \rightarrow \infty$  とすれば

$$G = \text{Exp}[-\{(b_s^2+d_{rs}^2)/(1-k^2)\}\omega^2/2+jb/(1-k) \cdot \omega] \quad \dots\dots\dots (8)$$

したがって、これは平均値  $\mu$  ならびに標準偏差  $\sigma$  が次の値の正規分布となることを意味する。

$$\mu = b/(1-k) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\sigma^2 = (b_s^2+d_{rs}^2)/(1-k^2) \quad \dots\dots\dots (10)$$

### 3. 通常のロット代表値の場合

この場合には、破壊過程のみが異なり、次の式で与えられる。

#### 破壊過程

$$f_{12}(x) = \int f(x-x') \{1/b \cdot \text{Exp}[-x'/b]\} dx' \quad \dots\dots\dots (11)$$

また、そのフーリエ変換は次のようになる。

$$F_{12}(\omega) = F(\omega) \cdot 1/(1+jb\omega) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、破壊と整正の過程から第n次の破壊を求めると、

#### 第n過程

$$G_1(\omega) = \text{Exp}[-(k^2 a^2 + k^{2(n-1)} d_{rs}^2 + \dots + d_{rs}^2) \omega^2 / 2 + jk^{2n} \omega] \cdot 1 / [\{1+j(n-1)kb\omega\} \{1+j(n-2)kb\omega\} \dots \{1+jb\omega\}] \quad \dots\dots\dots (13)$$

と与えられる。

#### 収斂値

ここで、 $n \rightarrow \infty$  とすると (13) 式は次のように与えられる。

$$G_{1nr}(\omega) = \text{Exp}[-d_{rs}^2 \omega^2 / \{2(1-k^2)\}] \cdot H(\omega) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし、

$$H(\omega) = 1 / [\{1+jb\omega\} \{1+jkb\omega\} \{1+jk^2b\omega\} \dots] \quad \dots\dots\dots (15)$$

したがって、このフーリエ逆変換をとると、次のように与えられる。

$$g_{1nr}(x) = (1-k) / \{(2\pi)^{0.5} d_{rs}\} \cdot \text{Exp}[-x^2(1-k^2)^2 / (2d_{rs}^2)] * h(x) \quad \dots\dots\dots (16)$$

ただし、小文字はフーリエ逆変換を、\*はコンボリューションを表す。

ここでのポイントは、従来整正過程が渾然として一体となっていたものを、2式に収約分離できた点にある。そこで、つぎに留数定理により  $h(x)$  の値を求め、コンボリューションを実施する。

$$h(x) = \sum_{i=1}^{\infty} 1/\beta_i \cdot \text{Exp}[-x/(bk^{i-1})] / (bk^{i-1}) \quad \dots (17) \quad \beta_i = \left( \prod_{j=1, j \neq i}^n (1-k^{j-1}) \right) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$g_{1nr}(x) = \sum_{i=1}^{\infty} 1/\beta_i \cdot \text{Exp}[-1/(bk^{i-1}) (x-d_{rs}^2 / \{(2bk^{i-1})(1-k^2)\})] \cdot [\{\text{Erf}[\{x-d_{rs}^2 / (bk^{i-1})(1-k^2)\}] / \sqrt{1-k^2} / \sqrt{2} d_{rs}\}] + 1] \quad \dots\dots\dots (19)$$

これを具体的に計算した結果、当初の狂いが正規分布していても、狂い進みが指数分布であることから狂いの分布はこれとは全く異なる大きな値を生ずるものとなり、これの抑制に、総つき固めに加えてむら直しが必要とされるようになることが示された。

### 4. 新しい軌道保守方法

これに対してすでに報告したむら直しを必要とする著大狂いを排除し、総つき固めだけで機械的な保守を可能とする方法をすでに報告したが<sup>2)</sup>、この表示を訂正した式を次に示す。これを解くことによって、従来経験的に行って来た年間1～2回の総つき固めを線区の狂い進みの状態に応じて適切に再配分することにより、むら直しを行うことなく所期の整備目標値を実現できるとともに、今後さらに仕上りの精度を向上することにより従来を上回る均一で良好な乗心地を得られることが明らかにされた。

$$2/3 \cdot b/W \cdot 1/(1-k) + \alpha \text{ Sqrt}[(d_{rs}^2 + 2/9 \cdot (b/W)^2) / (1-k^2)] = X_L \quad \dots\dots\dots (20)$$

ただし、W:年間整正回数、 $\alpha$ : 標準偏差の重み付け、 $X_L$ : 整備目標値

### 5. むすび

以上の解析により、従来疑問とされてきたむら直しと総つき固めの関係が明快に説明されるとともに、総つき固めだけで線路の保守を可能とする手法とその回数に関して、理論的根拠を解明できたものとする。

### 文 献

- 1) Sato, Y.: "Analysis on System Behavior of Railway Track", 5WCTR, Yokohama E09-5-2 (1989).
- 2) 佐藤吉彦: "鉄道における軌道狂いの新しい管理法" 土木学会第20回関東支部技術研究発表会(1993.3)