Ⅳ-82 ＦＰＥＲＴとそのクリティカルパスについて

九州大学　学生員　○曽　浩璽　　九州大学　正員　樗木　武
九州大学　学生員　M. Tatish　　日本道路公団　板清　弘

１．はじめに

土木工事の計画・管理手法としてネットワーク理論に基づくＰＥＲＴ手法が広く普及しているのは周知の通りである．しかし実際のプロジェクトに用いるにはいくつかの問題点がある．それらの中で，著者らはこれまでの研究において，先行作業と後続作業の重複的順序関係におけるあいまいさの扱いと，各作業要素の作業日数推定におけるあいまいさ，さらに作業の中断のあいまいさという３つの課題に取り組んできた．しかし作業要素間の関係が多様化すれば，クリティカルパスは必ずしも作業要素ではなく，場合によって作業要素の順序関係になることもある．そこで本研究ではこれら３つのあいまいさが工期とクリティカルパスに対して及ぼす影響をさらに検討するものである．

２．従来型ＰＥＲＴの線形計画法による解釈

工事における作業要素（i, j）の開始日S_{ij}及び完了日F_{ij}と，これと結びつく節点i, jの作業日数t_{ij}との関係を式で表すと，

$F_i \leqq S_{ij}$　（各節点におけるi∈N_j^-，j∈N_j^+の全てのペア）・・・①

$F_{ij} - S_{ij} = t_{ij}$　（(i, j)∈W）・・・②

ただし，

$F_{ij} \geqq 0$，$S_{ij} \geqq 0$　（(i, j)∈W）・・・③

また，　W：ネットワークを構成する作業要素の集合

N_j^-：作業要素の始点側節点集合

N_j^+：作業要素の終点側節点集合

最早プランは，上記①～③の各式による制約条件と工事開始条件S_{ij}の＝0のもとで，ネットワーク日数

$Z = \Sigma\ (S_{ij} + F_{ij})$　・・・④

を最小にする問題としてとらえることができる．他方最遅プランは，式①～③と最早プランにより求められる工期T_nの条件下で，式④のＺを最大にする問題として求められる．

３．各作業要素におけるあいまいさの考察と定式化

１）作業要素間の重複的順序関係について

作業要素間の多様な順序関係については，過去の研究において提案されたとおり，作業要素の開始（Ｓ），完了（Ｆ）のペアで考えればＳＳ，ＳＦ，ＦＳ，ＦＦの４つに分類される．また定式の際，順序関係のあいまいさを定義するメンバーシップ関数の値をλ_0として用いる．

２）作業日数推定について

作業日数t_{ij}の推定も，先の研究において報告されたとおり，そのあいまいさの内容において４つのタイプに分けられ，その際に導入されるあいまいさを定義するメンバーシップ関数をλ_Tとする．

３）作業中断について

作業中断の推定の内容は４つのタイプに分けられ，そのメンバーシップ関数をλ_Iとする．なお，作業中断を同時に考慮するので，各要素において必ずしも$F_{ij} - S_{ij} = t_{ij}$とならない事に留意する必要がある．

４．ＦＰＥＲＴモデル

本計画では，作業日数t_{ij}，開始日S_{ij}，終了日F_{ij}の全てが未知数であり，このことを考慮すれば，最早プランにおける目的関数は，ネットワーク日数

$Z = \Sigma\ (S_{ij} + t_{ij} + F_{ij})$

を最小にする事と言える．同時にλ_1, λ_2, λ_3を極力大きくするという目的が存在し，

Maximize　$\Gamma = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$

と定式化できる．結局，本題は２目的問題となるが，その解析は現場に応じた水準値λ_{10}, λ_{20}, λ_{30}を設定し，Ｚの最小値を求め，λ_{10}, λ_{20}, λ_{30}の増減によりネットワーク日数Ｚと工期T_nを調整するという考えにたてば，最終的に，望ましい工期T_nが得られる．

以上の内容から，結局，本題の数学モデルは次の諸式で与えられる．

Minimize　$Z = \Sigma\ (S_{ij} + t_{ij} + F_{ij})$

s. t.　1)各作業要素ペアごとの重複的順序関係に関する式

2)各作業要素ごとの作業日数に関する式

3)各作業要素ごとの中断に関する式

4) $\lambda_{10} = \lambda_1$, $\lambda_{20} = \lambda_2$, $\lambda_{30} = \lambda_3$

and　$S_{ij} \geqq 0$，$F_{ij} \geqq 0$，$t_{ij} \geqq 0$

（(i, j)∈Wのすべて）

最早プランには上記内容に次の制約条件を加える．

$S_{1k} = 0$　（k∈N_j^+の全て）

最遅プランは，プロジェクトの完了日を最早プランで

得られた工期T_nに一致させ，ネットワーク日数Zをできるだけ大きくするという考えにたてば良い．したがって，最遅プランに加える制約条件は次のとおりである．

$$F_{in}=T_n \quad (i\in N_n^- \text{の全て})$$

5．適用例

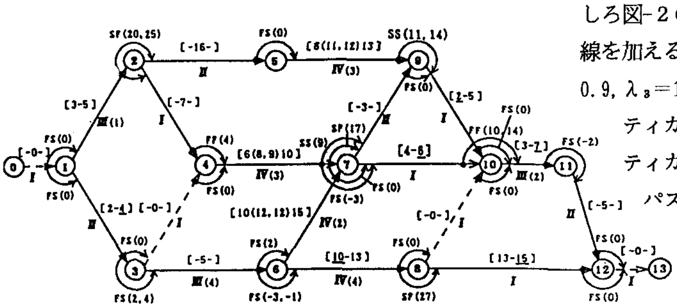

図-1　適用ネットワーク

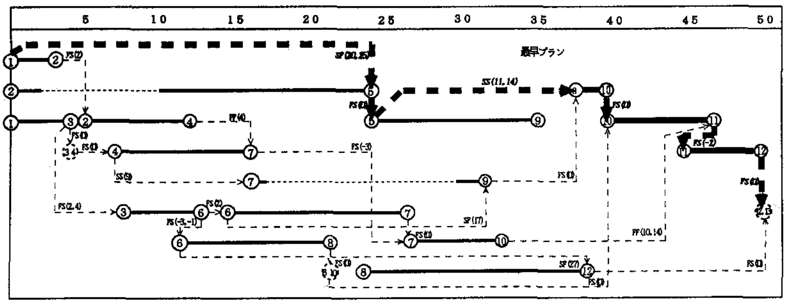

図-2 $\lambda_1=0.8,\ \lambda_2=1.0,\ \lambda_3=1.0$の最早プラン

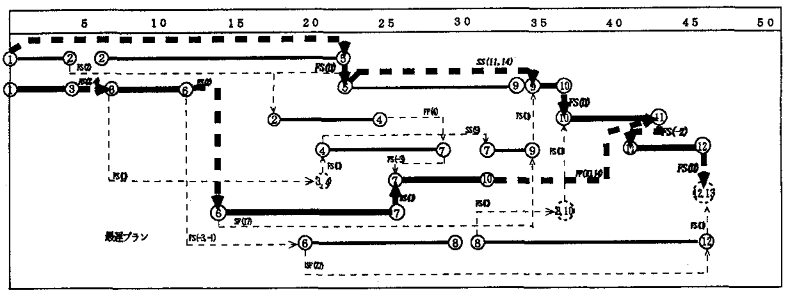

図-3 $\lambda_1=0.4,\ \lambda_2=0.9,\ \lambda_3=1.0$の最遅プラン

図-1に示すネットワークに対して数学モデルを作成する．まず$\lambda_1=0.8,\ \lambda_2=1.0,\ \lambda_3=1.0$を仮に設定し，数学モデルを解く．本例は作業間の多様な順序関係を扱うのでクリティカルパスは必ずしも作業要素ではなく，作業間の順序関係になる場合もあり，この結果は図-2のとおりである．$W_{1,2}$と$W_{2,5}$，$W_{5,9}$と$W_{9,10}$の順序関係線はクリティカルパスとなり，クリティカル時間は$S_{1,2}$と$F_{2,5}$であり，その中では$F_{1,2}$は多少遅くても，また$S_{2,5}$は多少早くてもよい．同様に$W_{5,9}$と$W_{9,10}$のクリティカル時間は$S_{5,9}$と$S_{9,10}$である．このような関係は通常のネットワークではよく表現することができない．むしろ図-2のようなバーチャートの上に作業要素間の関係線を加える方法が適切であろう．なお，$\lambda_1=0.4,\ \lambda_2=0.9,\ \lambda_3=1.0$を設定した場合の結果を図-3に示す．クリティカルパスは2つになり，$F_{7,10}$と$F_{10,11}$もクリティカル時間になる．以上の結果よりクリティカルパス上にSS，SF，FFの作業要素関係が存在すれば，該当作業要素はクリティカルパスではない場合もありうるといえる．

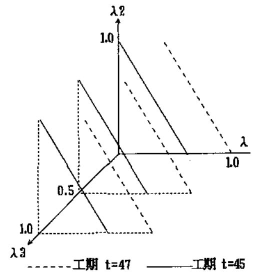

図-4

6．実行可能性と工期を同時に検討したFPERT

$\lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3$の値はあいまいさの度合いであるが，見方を変えれば各λが大きいほどその計画の実行可能性が大きいといえる．しかし工期T_nが範囲外のものであるならば水準値を変え新たなT_nを再検討する．本例の$\lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3$と工期$T_n$の相互関係を図-4に示す．

7．おわりに

作業日数，作業間の順序関係および，作業の中断に関し，それらのあいまいな判断を含め，より現実に即した内容の工程計画，工程管理手法として，FPERTを提案した．モデルは，線形計画問題として定式化されているが，大規模ネットワーク問題に関して本法をそのまま適用するには問題がある．また，資源制約の扱いについても残された課題であり，今後の研究とするものである．