Ⅳ－78　ＧＰＳ測量成果のわが国の平面直角座標および標高への変換

大林組　正　山野辺裕一　神戸大学　学　川嶋幾夫　正　櫻井春輔　学　皿海章雄

１．はじめに　GPSは観測点間の視通を必要とせず、高精度で観測点間の3次元相対座標を求めることができるｼｽﾃﾑである。しかしながら、GPS測量の基準点測量への適用を考えるとき、その成果がわが国の平面直角座標系および標高とは整合しない点が問題となっている。そこで、本研究では、既設の三角点および水準点を用いて比較的小区域で行われる基準点測量にGPS測量を適用するため、WGS-84系の成果をわが国の平面直角座標および標高に変換する方法を開発した。

２．変換の方法　測量地域、およびその近傍において3つの三角点(三角点O,A,B)および3つの水準点(水準点P,Q,R)を選定する。このとき、三角点においては極座標(L,B)、水準点においては標高(h)が成果として得られている。ここで、選定した三角点のうち1つ(ここでは、三角点Oとする)を基点として、その他の三角点および水準点に対する基線に対してGPS測量を行えば、三角点A,Bおよび水準点P,Q,Rの三角点Oに対する相対座標(x',y',z')が求められる。

①　X'Y'Z'座標系において、東京湾平均海面として1つの基準平面αを設定する。

$$aX'+bY'+cZ'+1=0 \tag{1}$$

このとき水準点P,Q,Rの標高は測点から基準平面αへの距離として表わされる。ここで係数a,b,cは非線形連立方程式を以下に示す2つの制約条件の下で解いて求められる。

(a)それぞれの水準点から基準平面αに垂直に下ろした足に向かうベクトルはいずれも平行。

(b)このﾍﾞｸﾄﾙが基点から地球中心に向かうﾍﾞｸﾄﾙ(地球中心としたWGS-84座標系における三角点Oの座標値は相対測位に先立ち行われる単独測位において求められる)とほぼ平行。

②　基準平面αとｼﾞｵｲﾄﾞ面との距離分の補正は地球が球面(半径:A=6370km)と考えた近似計算にて行う。水準点P,Q,Rからαに下ろした垂線の足をP',Q',R'として、これらと外心との距離をLとすると、この3点により出来る三角形の外心における補正値Δgは次式で求まる。

$$\Delta g=A-\sqrt{A^2-L^2} \tag{2}$$

このとき任意の測点N(Xx',Yx',Zx')における補正値Δnは、Nよりαへ下ろした垂線の足N'と外心との距離をdとすると、次のように求まる。

$$\Delta n=\sqrt{A^2-d^2}-A+\Delta g \tag{3}$$

③　①②の手順により三角点O,A,Bの標高h_o,h_a,h_bを求めることができる。このとき、楕円体の回転軸方向をz軸、グリニッジ子午線と赤道面が交わる方向をx軸、これら2軸と右手系をなすようにy軸をとる3次元直角直交座標を新たに作成する。この座標系における任意点の座標値は次式によって求められる。

$$x=(N+H)\cos B\cos L \tag{4}$$

$$y=(N+H)\cos B\sin L \tag{5}$$

$$z=\{N(1-e^2)+H\}\sin B \tag{6}$$

ここで、B:緯度,L:経度,H:楕円体からの高さ,f:偏平率,$e^2=f(2-f)$, $N=\dfrac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2 B}}$

この座標系において三角点A,Bの三角点Oに対する相対座標(x',y',z')を求める。

④　次に、測点Oを原点とし、原点と測点A,Bを含む平面を$\xi\phi$平面とし、原点から測点Aの方向にξ軸をとり、もう1軸であるλ軸を$\xi\phi$平面に直角にとった$\xi\phi\lambda$座標系を定義する。三角点Oから三角点A,Bに向かう単位ﾍﾞｸﾄﾙをそれぞれ$\overrightarrow{e_A}$, $\overrightarrow{e_B}$とすると、X'Y'Z'座標系から$\xi\phi\lambda$座標系への座標変換ﾏﾄﾘｸｽ(T_X)は次のようになる(x'y'z'座標系からの変換ﾏﾄﾘｸｽ(T_x)も同様に求められる)。

$$T_X=\begin{bmatrix} l_A & m_A & n_A \\ (1/P)\{l_B-l_A(\overrightarrow{e_A}\bullet\overrightarrow{e_B})\} & (1/P)\{m_B-m_A(\overrightarrow{e_A}\bullet\overrightarrow{e_B})\} & (1/P)\{n_B-n_A(\overrightarrow{e_A}\bullet\overrightarrow{e_B})\} \\ (1/P)(m_A n_B-m_B n_A) & (1/P)(n_A l_B-n_B l_A) & (1/P)(l_A m_B-l_B m_A) \end{bmatrix} \tag{7}$$

ここで $P=|\overrightarrow{e_A}\times\overrightarrow{e_B}|$, $\overrightarrow{e_A}=(l_A, m_A, n_A)$, $\overrightarrow{e_B}=(l_B, m_B, n_B)$

よって、X'Y'Z'座標系からx'y'z'座標系へは次式によって変換出来る。

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = T_x^{-1}\,T_X \begin{Bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{Bmatrix} \tag{8}$$

⑤　④で求めたx',y',z'座標から次式を用いて極座標に変換する。

$$F(B)=(N+H)\cos B\cos L-x' \qquad \text{ここで、} L=\arctan(y'/x') \tag{9}$$

F(B)は非線形方程式なのでﾆｭｰﾄﾝﾗﾌﾏｿﾝ法によって解く。

⑥　極座標から、平面直角座標に変換する。

３．検証　変換に用いた三角点および水準点における成果表の成果並びに検証に用いた三角点および水準点の本方法によって求めた成果および成果表の成果を表に示す。また概略図を示す。GPSの干渉測位の精度がStatic測量では、水平方向で10mm+2ppm,鉛直方向で20mm+2ppmであることから、変換が正確に行われれば1級基準点測量および4級水準測量（測点が既設点と1km以上離れている場合）の許容範囲内で成果が求められるものと考えられる。本変換によって平面座標は(-131407.94, 96396.57)と求められ、一方三角点の成果は(-131407.80, 96396.60)であり(単位m)、その差は14.38(cm)となる。一方、1級基準点測量の許容範囲は結合多角路線で水平位置の閉合差が$\Delta=10+2\sqrt{N}\cdot\sum S$ (cm)(ここで、Nは辺数,ΣSは路線長(km))であり、仮に四等三角点萩野がすべての三角点から視準できたとしても、 N=2, $\sum S\fallingdotseq 3.2$となるので、$\Delta=14.52$(cm)となる。また、本変換で求めた標高と水準点464の標高との差は1.07(cm)である。一方、4級水準測量の許容範囲は$20\sqrt{S}$(mm)(S:観測距離(km))で、隣接する水準点との距離が約2kmであるから許容誤差は2.82(cm)となる。よってここで求めた平面直角座標および標高が許容範囲に収まっていることが検証された。

４．まとめ　本研究では、GPS測量の成果をわが国の平面直角座標および標高に同時に変換する方法を開発した。この方法によれば、GPS測量によって1級基準点測量および4級水準測量(測点が既知点と1km以上離れている場合)の許容範囲内の精度で基準点測量を行うことができる。現実には、従来測量ではすべての測点間が視準でき、測線が直線とはならないので、誤差が累積しないGPS測量は、特に錯綜したところにおいて精度上有利となる。

表　三角点および水準点の成果

	三角点・水準点の成果 緯度（B） 経度（L） 標高	GPS測量成果 WGS座標系 (X,Y,Z) 単位(m)	変換によって求めた成果 緯度（B） 経度（L） 標高
三等三角点 安倉	34° 48' 23.955" 135° 22' 35.498" 50.22 (m)	0.000	
二等三角点 中山	34° 50' 28.950" 135° 21' 28.820" 478.17 (m)	2505.679 -92.709 3406.167	
三等三角点 中山寺	34° 49' 15.131" 135° 21' 49.548" 173.47 (m)	1389.029 269.857 1365.093	
一等水準点 463 振りかえ点	14.3505 (m)	-2424.931 763.977 -3318.848	
一等水準点 465 振りかえ点	13.0139 (m)	-3667.278 -2272.379 -1525.466	
二等水準点 3775 振りかえ点	58.0750 (m)	124.269 -614.939 762.853	
四等三角点 萩野	34° 48' 38.827" 135° 23' 13.500" 48.03 (m)	-490.978 -872.280 374.942	34° 48' 38.822" 135° 23' 13.498" 47.744 (m)
一等水準点 464 振りかえ点	20.9331 (m)	-3020.903 -571.259 -2568.087	20.9224 (m)

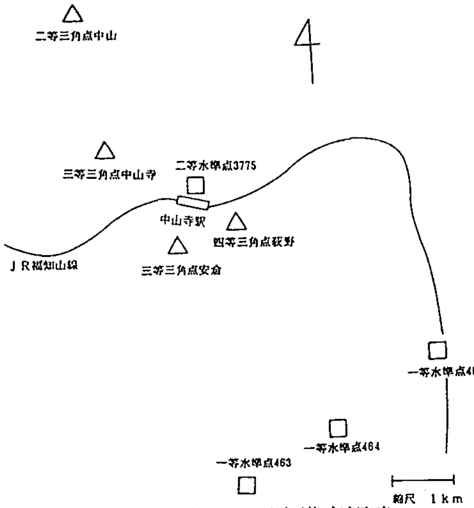

図　三角点および水準点概略