

## III-466

## 弾粘性圧密方程式の数値解析

中電技術コンサルタント(株) 正会員 ○平尾隆行  
 広島大学 工学部 正会員 吉國 洋

## ①はじめに

本研究は粘土骨格の応力～ひずみ関係(構成式)に、弾粘性液体を仮定した場合の圧密方程式の近似解を求め、主としてクリープのメカニズムについて考察する。

## ②弾粘性圧密方程式とその差分化

圧密方程式を導くにあたったの仮定や条件等は文献<sup>1)</sup>に詳しいので、ここでは最終的に得られる圧密方程式を①式に示す。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k(1+e_0)}{m_v \cdot \gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1+e_0}{m_v \cdot \gamma_w} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{dp}{dt} + \frac{\gamma' z + p - u}{m_v \cdot \eta} \quad \text{①}$$

ここに、 $u$ :過剰間隙水圧、 $m_v$ :体積圧縮係数、 $\eta$ :粘性係数、 $k$ :透水係数、 $p$ :上載圧である。

①式の差分化にあたっては、計算の煩雑さや時間短縮のことを考えて、時間 $t$ 微分を前進差分、深さ $z$ 微分を中間差分で近似する。そこでそれぞれの項を差分表示すると以下ようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta t_j} \quad \text{②} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta z} (=U_1) \quad \text{③}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta z^2} (=U_2) \quad \text{④}$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = \frac{k_{i+1,j} - k_{i-1,j}}{2\Delta z} (=K_1) \quad \text{⑤} \quad \frac{dp}{dt} = 0 \text{ (定荷重)} \quad \text{⑥}$$

上式②～⑥の中で未知数は $u_{i,j+1}$ のみであるため、これらを①式に代入して整理すると、

$$u_{i,j+1} = A_{ij} \cdot U_2 + B_{ij} \cdot K_1 \cdot U_1 + C_{ij} + u_{i,j} \quad \text{⑦}$$

ここに、 $A_{ij}$ 、 $B_{ij}$ 、 $C_{ij}$ は既知である。この差分方程式から間隙水圧、つまり有効応力が求まるが、間隙比 $e$ やひずみ $\varepsilon$ などの変形成分は⑧式のレオロジー方程式から求めることになる。

$$-\frac{de}{dt} = m_v \cdot \frac{d\sigma'}{dt} + \frac{\sigma'}{\eta} \quad \text{⑧}$$

この微分方程式も同様に、時間 $t$ 微分を前進差分で近似して整理すると、以下ようになる。

$$e_{i,j+1} = e_{i,j} - m_{vi,j} \cdot (\sigma'_{i,j+1} - \sigma'_{i,j}) - \frac{\sigma'_{i,j}}{\eta_{i,j}} \cdot \Delta t_j \quad \text{⑨}$$

以上の⑦式と⑨式をある境界条件と初期条件の下で、深さ $z$ と時間 $t$ に関する繰り返し計算を行う。式中の $m_v$ 、 $\eta$ 、 $k$ はそれぞれ⑩～⑫式で与えられる(詳細は文献<sup>2)</sup>を参照)。

$$m_v = 0.434 \cdot C_r \cdot (1/\sigma') \quad \text{⑩}$$

$$\eta = 10^* \{ C_{\eta e} \cdot (e_0 - e) + C_{\eta \sigma'} \cdot \log(\sigma'_0/\sigma') + \log \eta_0 \} \quad \text{⑪}$$

$$k = k_0 \cdot 10^* \{ (e - e_0)/C_k \} \quad \text{⑫}$$

## ③解析条件

解析を行うにあたっては二次圧密係数 $C_\alpha$ 、等クリープ速度線の勾配 $C_\beta$ 、除荷膨潤線の勾配 $C_r$ 、 $e \sim \log k$ 線の勾配 $C_k$ を決定する必要があるが、ここでは沖積粘性土が持つ平均的な値を用いた(表-1)。想定した地盤は層厚10mの片面排水の地盤で、その境界条件は $z=0$ で $u=0$ 、 $z=H$ で $(\partial u/\partial z)=0$ である。初期条件については各要素の有効応力 $\sigma'$ と間隙比 $e$ を決定する必要があるが、本モデルのような弾粘性液体には基本的に変形に収束する位置がないため、間隙比

表-1 圧密定数

|            |      |
|------------|------|
| $C_\alpha$ | 0.02 |
| $C_\beta$  | 1.0  |
| $C_r$      | 0.1  |
| $C_k$      | 1.5  |

は有効応力の決定によって一義的には定まらない。従って各要素の初期ひずみ速度を決定することになるが、ここでは簡単のために全ての要素で $(de/dt)_0 = 10^{-12} (1/min)$ の同一値を用いる。なお、分割数は50とした。

#### ④解析結果

まず、各要素毎の間隙水圧の消散挙動を図-2に示す。排水面に近い要素ほど早く消散することなど、定性的には従来と同様の結果を示しているが、その形状がTerzaghiの理論曲線とは幾分異なることがわかる。その挙動をみるために①式中の両辺を $(\partial u / \partial t)$ のままで、その各項の受け渡しを示したものが図-4である。圧密初期は応力緩和による間隙水圧の発生はなく、即時圧縮の卓越した単純な非線形弾性の挙動である。その後ひずみ速度の増加に伴う粘性係数 $\eta$ の低下(軟化)によって応力緩和が生じ、その結果間隙水圧の消散も遅らされる。しかし排水の進行に伴ってこの影響は薄れ、最終的には全てゼロに至る。

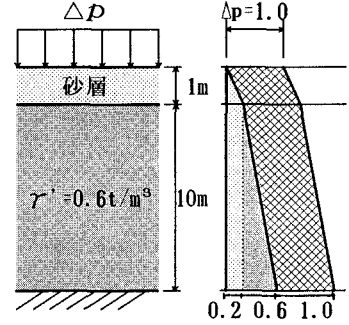


図-1 解析対象地盤( $p: \text{kgf/cm}^2$ )

この間隙水圧が消散した後のクリープ過程を $(\partial u / \partial t)$ の積分値で表した図-5にみれば、応力緩和による間隙水圧の発生とその消散とが同時に起きており、これがクリープのメカニズムであると解釈できる。また、図-6では排水距離や自重に関連して、各要素が異なる経路をたどって圧密される様子がよく現れている。

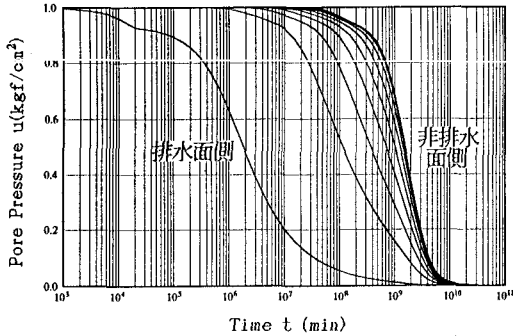


図-2 圧密曲線( $u \sim \log t$ )

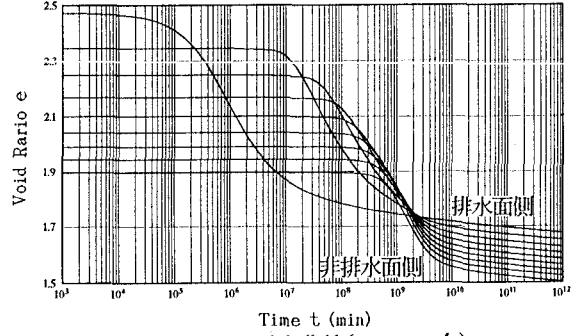


図-3 圧密曲線( $e \sim \log t$ )

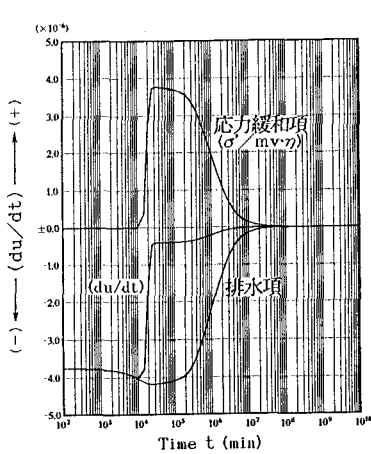


図-4  $(du/dt)$ の経時変化

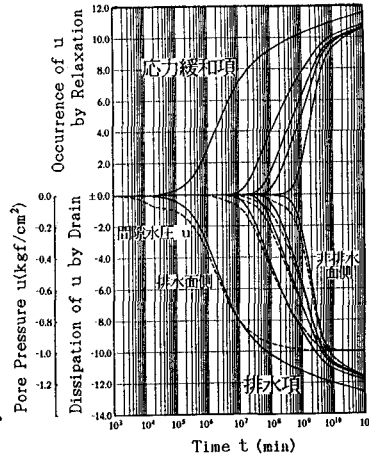


図-5  $\int (du/dt)dt$ の経時変化

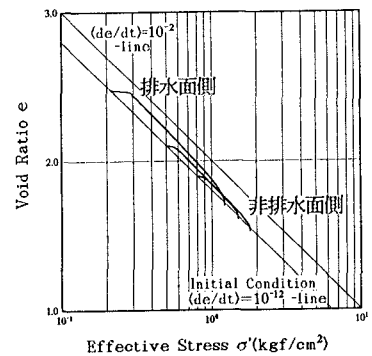


図-6  $e \sim \log \sigma'$  関係

#### ⑤あとがき

今後は荷重増加率や層厚の影響(isotache)等について検討を加える予定である。

関連論文 1)吉國(1990):軟弱粘土の圧密曲線と圧縮曲線に対する一つの解釈(Ⅱ), 第45回土木学会年次学術講演会概要集, p. 244-245

2)吉國, 日下部, 池上, 大野, 平尾(1993):飽和粘土の弾粘性 $\eta^0$ ラメータの決定法について, 第28回土質工学研究発表会講演概要集