

北海道大学大学院 学生員 ○ 前田 健一
北海道大学工学部 正 員 三浦 均也
北海道大学工学部 正 員 土岐 祥介

1. ま え が き 著者らは、既報^{1) 2)}

において、複数の粒子が形成する楕円形状の構造単位「楕円構造体」（図1）に着目し、二次元の一般応力条件下で粒子接点力等について解析を行い、粒子間に動員される摩擦角は楕円構造体の形状（粒子配列構造）と応力状態によって支配されていることを示した（構造体、応力状態を表す基本的なパラメータを表1に示す）。また、シェル理論およびコッセラ弾性体構成則を適用して「楕円構造体」の変形解析を行い、楕円構造体の変形モードに着目し、構造体の発生・消滅条件について検討した³⁾。これらの結果から、構造体の発生・消滅条件は、主応力増加方向、楕円構造の形状・向きに依存して変化することが分かった。1)例え、等方応力下であっても、扁平な構造体の粒子接点間にはせん断力が発生することが明らかになった。また、2)せん断応力の増大にともない、円形に近い構造が消滅し、最大主応力増分方向に長軸方向を有する楕円構造が残存・発生するための条件が示された。

本報告では、「楕円構造体」が占める領域（楕円形状の領域）の平均的なひずみ量の定義・算定方法を示している。その結果から、応力条件の変化に伴う主ひずみ増分方向に着目し、粒状体の構成単位「楕円構造体」の変形特性について検討している。

2. 楕円構造体のひずみ計算方法 本節では、楕円構造体の占める楕円形状の領域（楕円領域）の平均的なひずみ量の算定方法について説明する。ひずみ量は仮想働の原理を用いることによって算定する。

2.1. 楕円構造体のひずみ 既報³⁾では、シェル理論およびコッセラ弾性体構成則を適用することで、図2に示すような粒子中心を結ぶ楕円形状の中立線の変位量算定方法を示した。図3(a)の増分応力領域（式(1)）を中立線上の微小線素 ds が変位量 U で移動することによって生じるポテンシャル・エネルギー ΔU_p は、式(2)で表される。ここで、 $\Delta \sigma^*$ 、 $\Delta \tau^*$ は構造体の境界表面垂直・接線方向に作用する応力で、平均主応力・純粋せん断力・単純せん断力の関数として表せる（式(3)）。ただし、主応力の増分方向を $\beta \sigma$ （図3(a)）とする。応力増分（ $\Delta \sigma_m$ 、 $\Delta \tau_p$ 、 $\Delta \tau_s$ ）、対応する楕円領域の平均的なひずみ量（ $\Delta \varepsilon_m$ 、 $\Delta \gamma_p$ 、 $\Delta \gamma_s$ ）から得られる楕円領域単位面積当たりのひずみエネルギー増分 ΔW_e （式(4)）は、楕円領域で平均した $\Delta U_p / A_e$ （ A_e : 楕円領域の面積）に等しいと考えられる。各ひずみは仮想働の原理から式(5)によって得ることができる。

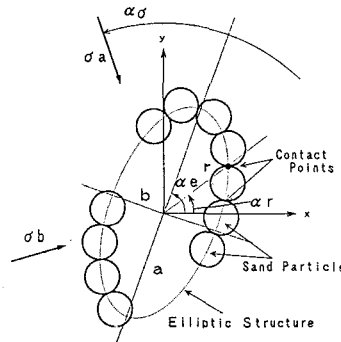


Fig.1

Table.1

楕円構造体	
対称軸半径	a, b
形状係数	$\kappa e = (a^2 - b^2) / (a^2 + b^2)$
楕円の方向	(半径 a 方向) αe
接触点方位角	αr
楕円の接線方向	αc
応力条件	
主応力	$\sigma a, \sigma b$
応力係数	$\kappa \sigma = (\sigma a - \sigma b) / (\sigma a + \sigma b)$
主応力方向	(主応力 σa 方向) $\alpha \sigma$
粒子間接点力	
接触点方位角	αr
接触面垂直力	f_n
接触面接線方向力	f_t
接点動員摩擦角	ϕc
楕円構造体中の最大接点動員摩擦角	ϕc_{max}
$\alpha e, \alpha r, \alpha c, \alpha \sigma$ は、 x 軸から反時計回りを正 粒子間接点力の算定方法は既報に詳しい ¹⁾	

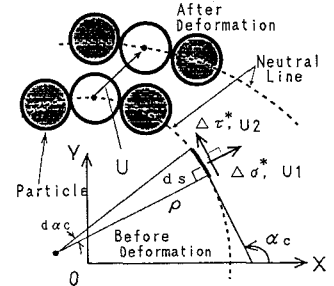


Fig.2

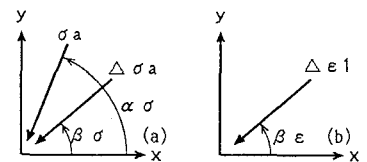


Fig.3(a-b)

2.2. 構造体の主ひずみ方向の算定 2.1. で得られたひずみから、主ひずみ $\Delta \varepsilon_1$ 、 $\Delta \varepsilon_2$ および主ひずみ方向 $\beta \varepsilon$ は、式(6)(7)によって得られる。 $\beta \sigma$ と同様に、 $\beta \varepsilon$ は x 軸から反時計まわり方向を正とする(図3(b))。構造体の変形は、初期応力に依存しない弾性解析的なものである。楕円領域の平均的なひずみも変形前の構造体の形状、対称軸方向と応力増分方向のみによって決定されることになる。

3. 計算結果および考察 本節では、設定した幾つかの条件において、「楕円構造体」の占める領域(楕円領域)の平均的なひずみを算定した結果について検討する。用いた解析諸量は基本的に既報³⁾と同じである。

3.1. 楕円構造体の主ひずみ増分方向 楕円構造体の変形特性として、2.2で得られる主ひずみ増分方向 $\beta \varepsilon$ におよぼす、主応力増分方向 $\beta \sigma$ および構造体の形状 κe の影響について検討する。

3.2.1. 等方応力増加に伴うひずみ 主応力増分 $\Delta \sigma_a$ 、 $\Delta \sigma_b$ が等方的である場合 ($\Delta \sigma_a = \Delta \sigma_b$ 、 $\Delta \sigma_a > 0$) について、最大せん断ひずみ $\Delta \gamma_m$ と面積ひずみ $\Delta \varepsilon_m$ のひずみ比 ($\Delta \gamma_m / \Delta \varepsilon_m$) と、構造体形状係数 κe の関係を示したのが図4である。図から分かるように、構造体の形状が円形 ($\kappa e = 0.0$) である場合には等方にのみ変形するが、 κe の値が大きくなり偏平な形状になるに従い、ひずみ比は負となり、その絶対値は大きくなる。このことから、偏平な構造体は等方応力下でもせん断変形(ダイレイタンス)を生じ、短軸方向に主ひずみが生じることになる。

3.2.2. 非等方応力増加に伴うひずみ 図5には、非等方的に主応力比が増加する場合 ($\Delta \sigma_a + \Delta \sigma_b = 0$ 、 $\Delta \sigma_a > 0$) の主ひずみ増分方向 $\beta \varepsilon$ と主応力増分方向 $\beta \sigma$ との関係を示している。 $\beta \varepsilon$ は、 $\beta \sigma$ に伴い変化するがその傾向は、形状係数 κe によって大きく変化することが分かる。構造体形状が円形 ($\kappa e = 0.0$) である場合には、主応力増分方向と主ひずみ増分方向が一致するが、 κe の値が大きくなり偏平な形状になると、必ずしも $\beta \varepsilon$ と $\beta \sigma$ は一致せず非共軸性を示すことが分かる。以上のことから、粒状体の変形・強度特性に及ぼす生得異方性、誘導異方性の影響は、「楕円構造体」を考えることによって両異方性発現のメカニズムを系統的に表現できる可能性があると思われる。

4. あとがき 本報告では、「楕円構造体」の占める領域(楕円形状の領域)の平均的なひずみ量の算定方法を示した。その結果から、

応力条件の変化に伴う主ひずみ方向に着目し、粒状体の構成単位としての楕円構造体の変形特性について検討した。主ひずみ増分方向は、主応力増加方向、楕円構造の形状に依存して変化することが分かった。1) 例え主応力増分が等方的であっても、偏平な形状の構造体はせん断変形し、ダイレイタンスが生じることが明らかになった。また、2) 偏平な構造では、必ずしも主ひずみ増分方向と主応力増分方向は一致せず、非共軸性を示すことが分かった。

【参考文献】 1) 前田・三浦(1992): 第27回土質工学研究発表会, pp.627-630、2) 前田・三浦(1992): 土木学会第47回年次学術講演会講演概要集, pp.366-367、3) 前田・三浦・土岐(1993): 第28回土質工学研究発表会, [掲載予定]

$$\begin{aligned}\Delta \sigma_m &= (\Delta \sigma_y + \Delta \sigma_x) / 2 \\ \Delta \tau_p &= (\Delta \sigma_y - \Delta \sigma_x) / 2 \quad (1a) \\ \Delta \tau_s &= \Delta \tau_{yx}\end{aligned}$$

$$\tan(2\beta_\sigma) = \frac{\Delta \tau_s}{\Delta \tau_p} \quad (1b)$$

Potential Energy of Ellipsoidal Space

$$\Delta U_p = \int_0^{2\pi} (\sigma^* \tilde{u}_1 + \tau^* \tilde{u}_2) ds, \quad ds = \rho da_c \quad (2)$$

$$\Delta \sigma^* = -\Delta \sigma_n - \Delta \tau_p \cos(2\alpha_c) + \Delta \tau_s \sin(2\alpha_c) \quad (3a)$$

$$\Delta \tau^* = \Delta \tau_p \sin(2\alpha_c) + \Delta \tau_s \cos(2\alpha_c) \quad (3b)$$

Increment Strain Energy of Ellipsoidal Space

$$\Delta W = \frac{\Delta U_p}{A_e} = (\Delta \sigma_n^* \Delta \varepsilon_n + \Delta \tau_p^* \Delta \gamma_p + \Delta \tau_s^* \Delta \gamma_s) \quad (4)$$

Strain of Ellipsoidal Space

$$\varepsilon_n = \frac{\partial(\Delta W)}{\partial(\Delta \sigma_n)}, \quad \gamma_p = \frac{\partial(\Delta W)}{\partial(\Delta \tau_p)}, \quad \gamma_s = \frac{\partial(\Delta W)}{\partial(\Delta \tau_s)} \quad (5)$$

$$\Delta \varepsilon_1 = \Delta \varepsilon_n + \Delta \gamma_s, \quad \Delta \varepsilon_2 = \Delta \varepsilon_n - \Delta \gamma_s, \quad (\Delta \gamma_p = \sqrt{(\Delta \gamma_p)^2 + (\Delta \gamma_s)^2}) \quad (6)$$

$$\tan(2\beta_\varepsilon) = \frac{\Delta \tau_s}{\Delta \tau_p} \quad (7)$$

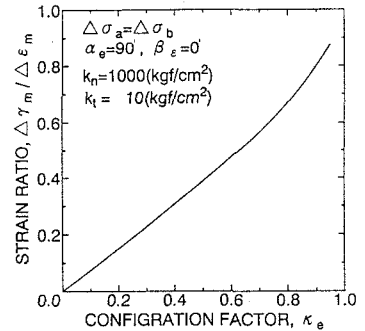


Fig.4

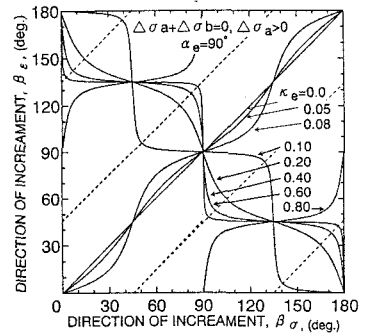


Fig.5