

III-400

粒状体における有効ひずみの概念

運輸省港湾技術研究所 正会員 井合 進

1. はじめに

砂のような粒状体を連続体として取り扱う場合、粒状体を粒子骨格と間隙からなる二相系とみなすことが多い。この時、その粒子骨格も連続体と見なしてそのひずみを定義することが多い。実際、これまで提案されてきた土の構成式に関する研究の大多数では、これらが基礎となっている。

しかし、基本にもどって考えなおしてみると、粒子骨格は、相互に接触を持つ粒子の連結構造により構成されるものであって、このような構造は、粒子の中心間を結ぶ線分により表現されるグラフにより表すことができ（Satake, 1985）、粒子骨格は、いわば骸骨（skeleton）ともいうべきものと見られる。このような骨格構造に定義されるひずみは、連続体で定義されるひずみと同じとなるであろうか。

本研究では、粒子骨格と間隙とを合わせた粒状体全体については従来どおり連続体として取り扱うが、粒子骨格については、その構造に適したひずみがいかなるものであるかについて検討を試みた。以下、簡単のため微少ひずみでの検討を行う。

2. 有効ひずみ

周知のとおり、連続体のひずみは、点 X_i とその近傍の点 $X_i + dX_i$ を結ぶ線素において、連続体の変形により、それぞれの点に変位 u_i および $u_i + du_i$ が発生するものとすれば、

$$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i}) / 2 \quad (1)$$

で定義される。

他方、粒状体の変位には粒子接触点の変位などをはじめとして種々のものがあるが、粒状体を連続体として取り扱うためには、各粒子の中心の変位をもって粒状体の変位とすることが適当であると考えられる。したがって、連続体としての粒状体のひずみは、ある粒子の中心 X_i とその近傍の粒子の中心 $X_i + \Delta X_i$ を結ぶ線素におけるそれぞれの粒子の中心の変位 u_i および $u_i + \Delta u_i$ から、

$$\varepsilon_{ij} = \Sigma (\Delta u_i / \Delta X_j + \Delta u_j / \Delta X_i) / 2N \quad (2)$$

により定義される。ただし、上式における総和は、微少体積要素内に含まれる全ての粒子について、粒子相互の接触の有無に関係なくとるものとしている。また、これらの総和に関連する粒子のペアの数を N としている（図-1(a)参照）

これに対して、粒状体の粒子骨格に対しては、その骨格構造から考えて、相互に接触を保っている粒子についてのみ総和をとって平均することが適当であり、そのひずみの定義は、

$$\varepsilon_{ij}' = \Sigma' (\Delta u_i / \Delta X_j + \Delta u_j / \Delta X_i) / 2N' \quad (3)$$

で与えられる。ここに、 Σ' は相互に接触を保っている粒子についてのみの総

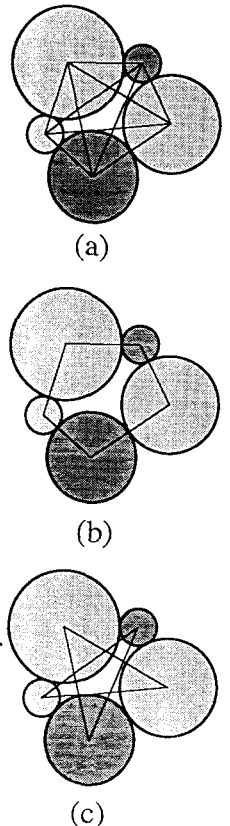


図-1 粒状体のひずみの定義に用いる線素の概念図

和を、また、 N' はこれらの総和に関連する粒子のペアの数を表す(図-1(b)参照)。以下において、式(3)により定義されるひずみを有効ひずみとよぶ。

以上の定義から理解されるとおり、有効ひずみには、相互に接触を保っている粒子間の相対変位の情報だけが反映されているのに対して、式(2)により定義される連続体としての粒状体のひずみには、相互に接触を保っていない粒子相互の相対変位の影響が含まれている。この影響は、図-1(c)に示す概念図から理解されるとおり、間隙(void)の変化によるものと解釈される。

3. ダイレイタンスー

粒状体の特徴としてダイレイタンスーがあることは周知のとおりであり、その機構としては、図-2に示すような剛体粒子からなる粒状体の変形がしばしば引用されてきた。従来の研究では、さきに触れたとおり、粒子骨格を連続体と見なしているため、図-2は粒子骨格の体積ひずみの変化を表すものと解釈されている。これに対して、本研究における骨格構造の考え方に従い、図-2に示す粒状体の変形について解釈を試みると、以下のとおりとなる。

- ① 粒子骨格と空隙とを合わせた粒状体全体に定義される連続体としてのひずみには、図-2から明かなとおり、体積ひずみに変化が生じる。(従来の研究となんら変わりはない。)
- ② 骨格構造を有する粒子骨格に定義される有効ひずみには、接触を保っている粒子の中心間の距離に変化がないので、有効ひずみを規定する線素の長さは変化せず、したがって、有効ひずみのうち、体積ひずみには変化がない。

以上のことから、粒状体のダイレイタンスーは、粒子骨格の体積ひずみにより発生するものではなく、空隙の変化により発生するものであると解釈される。実際、図-2においては、相互に接触がない粒子の中心間の距離のみに変化が発生していることがわかる。連続体の場合にはひずみの定義に用いる線素の方向を任意に選べたのに対し、骨格構造の場合にはこれらの方向として特定の方向(骨格構造をなす方向)しか選べないことが、両者のひずみが相違する原因であると考えられる。

これらのことから、粒状体のダイレイタンスーにより発生する体積ひずみを $\varepsilon_v \delta_{ij}$ とすれば、粒状体の有効ひずみは、

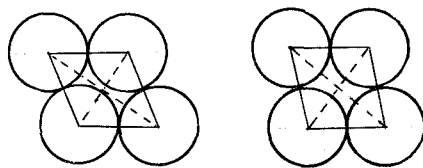
$$\varepsilon_{ij}' = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_v \delta_{ij} \quad (4)$$

で与えられるものと考えられる。

4. 有効応力と有効ひずみ

周知のとおり、砂のような粒状体の有効応力は、

$$\sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - p \delta_{ij} \quad (5)$$



(a) 変形前

(b) 変形後

図-2 粒状体の変形の概念図

で定義され、粒状体の粒子骨格が受ける応力を示し、粒子間の接点力の平均として与えられる。一方、粒状体の有効ひずみは、粒状体の粒子骨格のひずみを表し、相互に接触している粒子間の相対変位の平均として与えられる。これらのこと、および、式(4)と(5)の比較により、有効ひずみの概念は、有効応力の概念と対をなす概念であると考えられる。

参考文献 Satake, M.: Graph-theoretical approach to the mechanics of granular materials, (Spencer, A. J. M. ed.) Continuum Models of Discrete Systems, Balkema, 1985, pp.163-173