

III-88

面内・面外荷重を受ける等方性弾性岩盤内の
各種形状のトンネル周辺における応力、変位

山梨大学工学部 正 員 平島 健一

国土道路(株) 盛満 哲史

山梨大学大学院 学生員○木口 昌彦

1. はじめに

近年、地下空間の有効な利用に関する様々な計画が提案されている。これらの地下開発の技術的なベースは、もちろんこれまでのトンネル等の掘削技術の延長線上にあるといえるが、その規模は従来のトンネル等の地下構造物に比べてますます大型のものとなりつつある。このような大型の地下構造物を掘削する場合、その施工中の安全性、安定性および経済性といった問題は従来に比べ、より厳しい条件が想定されるとともに、より重要な課題となってきている。

本報告では、弾性論の面内および面外問題の基本解を用いて応力、変位を求める理論の提示を行い、正多角形および長方形断面トンネルを有する場合の具体的な孔周辺における応力、変位分布の等値線図を示す。

2. 解析理論

2. 1 面内問題および面外問題

地山作用荷重は面内応力 $\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ および面外応力 $\tau_{xz}^\infty, \tau_{yz}^\infty$ がトンネルの径に比較して十分遠い位置から作用するものと仮定する。

ここで、トンネルが存在する断面の座標面の孔縁およびその外部を複素数 z で表し、これを次式のように ζ -平面内の単位円およびその外部に変換する写像関数 $\omega(\zeta)$ を考える。

$$z = x + iy \equiv \omega(\zeta) = \alpha_0 \zeta + \sum_{m=1}^M (\alpha_m + i\beta_m) \zeta^{-m} \quad \dots \quad (1)$$

このとき、 $\zeta = \rho e^{i\theta}$ ($\rho \geq 1$) であり、 $\rho = 1$ のとき z -平面上の孔縁が、 $\rho > 1$ のときその外部領域がそれぞれ対応することになる。また α_m, β_m はトンネル断面形状によって定まる実定数である。

ここで、複素応力関数 $\Phi_1(\zeta), \Phi_2(\zeta), \Phi_3(\zeta)$ を次式のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(\zeta) &= A_0 \zeta + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \zeta^{-m}, \\ \Phi_2(\zeta) &= B_0 \zeta + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \zeta^{-m}, \quad \Phi_3(\zeta) = \sum_{m=1}^{\infty} \bar{c}_m \zeta^{-m}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上式の $\Phi_2(\zeta)$ は係数 A_m, B_m の決定¹⁾を経て次式で表される。

$$\begin{aligned} \Phi_2(\zeta) &= \sum_{m=1}^{\infty} (a_m - ib_m) \zeta^m + \sum_{m=0}^{\infty} (\bar{a}_m - i\bar{b}_m) \zeta^{-m} \\ &\quad - k_0 \left\{ \bar{A}_0 \zeta^{-1} - \sum_{m=1}^{\infty} \bar{A}_m \zeta^m \right\} \\ &\quad - \frac{\bar{\omega}(1/\zeta)}{\omega'(\zeta)} \left\{ A_0 - \sum_{m=1}^{\infty} m A_m \zeta^{-(m+1)} \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

次に、外荷重およびトンネルの断面形状により決定される係数 $a_m, b_m, \bar{c}_m$ は境界 L が自由境界および剛体境界の場合、それぞれ次式のようになる²⁾。

(自由境界)

$$\left. \begin{aligned} a_m &= -\frac{1}{2} h_{1,M}^m \left\{ \delta_1^m \alpha_0 (\sigma_y^\infty + i\tau_{xy}^\infty) \right. \\ &\quad \left. + (\alpha_m - i\beta_m) (\sigma_y^\infty - i\tau_{xy}^\infty) \right\}, \\ b_m &= \frac{1}{2} h_{1,M}^m \left\{ \delta_1^m \alpha_0 (\tau_{xy}^\infty + i\sigma_y^\infty) \right. \\ &\quad \left. + (\alpha_m - i\beta_m) (\tau_{xy}^\infty - i\sigma_y^\infty) \right\}, \\ \bar{c}_m &= \frac{1}{2} h_{1,M}^m \left\{ \delta_1^m \alpha_0 (\tau_{yz}^\infty - i\tau_{xz}^\infty) \alpha_m (\tau_{yz}^\infty + i\tau_{xz}^\infty) \right. \\ &\quad \left. - \beta_m (\tau_{xz}^\infty - i\tau_{yz}^\infty) \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(剛体境界)

$$\left. \begin{aligned} a_m &= \delta_1^m \alpha_0 \left\{ G \varepsilon_x^\infty - \frac{i}{2} (\tau_{xy}^\infty - 2G\bar{\omega}^\infty) \right\} \\ &\quad + (\alpha_m - i\beta_m) \left\{ G \varepsilon_x^\infty + \frac{i}{2} (\tau_{xy}^\infty - 2G\bar{\omega}^\infty) \right\}, \\ b_m &= \delta_1^m \alpha_0 \left\{ \frac{1}{2} (\tau_{xy}^\infty + 2G\bar{\omega}^\infty) - iG \varepsilon_y^\infty \right\} \\ &\quad + (\alpha_m - i\beta_m) \left\{ \frac{1}{2} (\tau_{xy}^\infty + 2G\bar{\omega}^\infty) + iG \varepsilon_y^\infty \right\}, \\ \bar{c}_m &= \frac{1}{2} (\alpha_m + i\beta_m) (\tau_{yz}^\infty + i\tau_{xz}^\infty). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、 $\varepsilon_y^\infty, \varepsilon_x^\infty$ は次式で与えられる。

$$\varepsilon_x^\infty = \frac{1}{E} (\sigma_x^\infty - \nu \sigma_y^\infty), \quad \varepsilon_y^\infty = \frac{1}{E} (\sigma_y^\infty - \nu \sigma_x^\infty). \quad \dots \quad (6)$$

また、 $h_{1,M}^m, \delta_1^m$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} h_{1,M}^m &= \begin{cases} 1 & \text{for } 1 \leq m \leq M \\ 0 & \text{for } m < 1, M < m, \end{cases} \\ \delta_1^m &= \begin{cases} 1 & \text{for } m = 1 \\ 0 & \text{for } m \neq 0. \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

そこで、等方性弾性体に対する z -平面内の任意位置

における応力および変位は複素関数 $\Phi_1(z), \Phi_2(z)$ および $\Phi_3(z)$ を用いて次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= 4\operatorname{Re}[\Phi_1'(z)], \\ \sigma_y - \sigma_x + \tau_{xy} &= 2\{z\overline{\Phi_1'(z)} + \Phi_2'(z)\}, \\ 2G(u - iv) &= k\overline{\Phi_1(z)} - z\overline{\Phi_1'(z)} - \Phi_2(z), \\ \tau_{yz} + i\tau_{xz} &= -2\Phi_3'(z), \omega = -\frac{2}{G}\operatorname{Im}[\Phi_3(z)]. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{E}{2(1+\nu)}, \\ k &= \begin{cases} 3-4\nu & (\text{平面ひずみ状態}), \\ (3-\nu)/(1+\nu) & (\text{平面応力状態}). \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

E, ν はそれぞれ弾性係数, ポアソン比である。

2. 2 写像関数

ζ -平面上の単位円を z -平面上の正 n 角形および長方形に写像することで孔の形状を決定したが, そのときに用いた写像関数を以下に示す。³⁾

(1) 正多角形孔の場合

$$z = \omega(\zeta) = C \left\{ \zeta + \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{\beta}_k \zeta^{-(kn-1)} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに, $\zeta = 1$ のとき, 対角線の半長を a とすると,

$$C = \frac{a}{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{\beta}_k} \dots\dots\dots (11)$$

(2) 長方形孔の場合

$$z = \omega(\zeta) = R \left\{ \zeta + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \zeta^{-(2n-1)} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに, λ_n , R は形状により決まる係数である。

3. 解析結果

前述の手法を用いて各種の数値計算を行ったが, ここでは面外問題における結果のみを以下に示す。無限遠からの面外せん断荷重 $\tau_{xz}^{\infty} = 1.0$ の作用に対して, 自由境界の正三角形孔を有する弾性体の孔周辺での任意位置の最大せん断応力 τ_{zmax} および変位 ω を求めた結果を図-1 および図-2 にそれぞれ示した。

これらの図から明らかにように, 得られた応力, 変位の等値線がなめらかに得られている。

4. おわりに

本報告では, 弾性岩盤内に掘削された各種形状トンネル周辺部の応力, 変位の弾性厳密解を用いて算定する解析法と等値線作図の手法によりその数値計算例を示

した。より効率的な設計等に活用できるものと期待できる。なお, 面内, 面外荷重下での各種形状のトンネルを対象とした数値例については学会当日発表する。

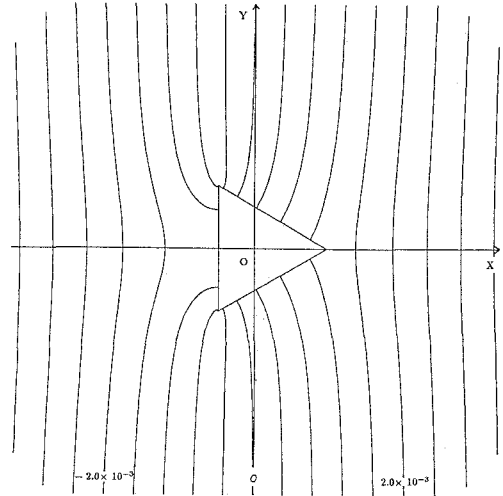


図-1 面外荷重 $\tau_{xz}^{\infty} = 1.0$ が作用したときの最大せん断力 τ_{zmax} の分布図 (自由境界)

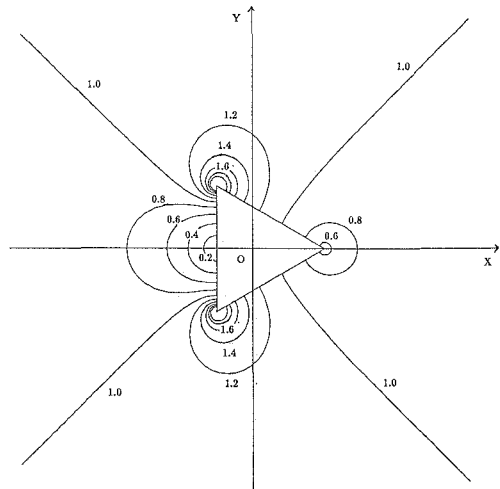


図-2 面外荷重 $\tau_{xz}^{\infty} = 1.0$ が作用したときの変位 ω の分布図 (自由境界)

《参考文献》

- 1) 平島・川上・藤原・力間, 土論, 439, III-17(1991)17.
- 2) 平島・川上・藤原・山下, 土論, 436, III-16(1990)37.
- 3) E.E.Gdoutos and M.A.Kattis, International Journal of Fracture 43(1990)133