

CS 37

平面ひずみ非排水試験の分岐解析とすべり面の発生機構

東洋建設（株） 正会員 加藤泰寛
金沢大学工学部 正会員 矢富盟祥
金沢大学工学部 正会員 石田 啓

1. 緒論 円柱型粘土の供試体を軸方向に圧縮すると、軸応力の小さいうちは一様に変形するが、最大応力に近づくにつれ、供試体の寸法比によるが大体、対称（バルジ型、上下逆対称バルジ型）、非対称、またはそれらの合成モードの変形などが現れる。最大応力近傍に達するとせん断ひずみの局所化が観察され、時には、網目状のすべり面群が生成され、ついには一つのすべり面が発達すると、耐荷力を失い破壊にいたる。本研究では、平面ひずみ、非排水試験に限定し、有限変形 Cam-clay モデルによる分岐解析を行い、変形モードにおける分岐荷重、すべり面の発生について考察する。

2. 平面ひずみ非排水試験の分岐解析 図-1のように軸荷重は変位制御で圧縮し、側方荷重は、水圧で与えるものとし、側圧一定試験を行うものとする。ここで、応力 T_{11} 等は引張を正、圧縮を負とするが、ギリシャ文字の有効応力 $\sigma'_i (i=1,2,3)$ 、間隙水圧 u は、土質力学の慣例に従い、圧縮を正とする。また、平面ひずみの場合、 $\sigma'_3 = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2}{2}$ を仮定する。このとき、平均有効圧 $p' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2}{2}$ となる。また以後、応力差 $q = \sigma'_1 - \sigma'_2$ とする。分岐が生じる瞬間 $t = t$ までは、応力、間隙水圧は一樣であるとする。

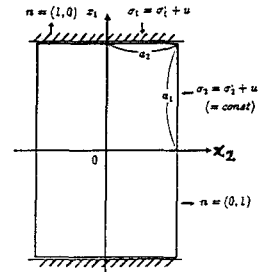


図-1 平面ひずみ非排水試験

2.1 増分釣合式 準静的な場合で物体力が無い場合を考える。このとき、増分釣合式は、

$$\text{div} \dot{S}_t = 0 \quad (1)$$

となる。（ここに、公称応力速度 $\dot{S}_t = \dot{T} + T(\text{tr} D) - T L^T$ ）式（1）を変形すると、

$$\text{div} \dot{T}' - \text{grad} \dot{u} = 0 \quad (2)$$

となる。（ここに、有効応力 $T' = T + uI$ ）平面問題では、 (x_1, x_2) 軸を考えると、次式ようになる。

$$\begin{aligned} \dot{T}'_{11,1} + \dot{T}'_{12,2} - \dot{u}_{,1} &= 0 \\ \dot{T}'_{21,1} + \dot{T}'_{22,2} - \dot{u}_{,2} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 境界条件 上下面では摩擦がなく、 v_1 が一定速度であり、側面では、側圧一定より、 $\dot{s}_t = \sigma_2 L^T n$ であるので、境界条件は次のようになる。（ここに、公称表面応力速度 $\dot{s}_t = \dot{S}_t n$ ）

$$\text{上下面 } (x_1 = \pm a_1) : v_1 = \mp v_{10}, \quad \dot{s}_2 = 0 \quad (4)$$

$$\text{側面 } (x_2 = \pm a_2) : \dot{s}_1 = (\sigma'_2 + u)v_{2,1}, \quad \dot{s}_2 = (\sigma'_2 + u)v_{2,2}$$

ゆえに、増分境界値問題の解は次のように、均一境界条件と不均一境界条件の解の和となる。

$$\begin{aligned} \text{a) 均一境界条件} : & \text{上下面 } (x_1 = \pm a_1) : v_1 = \mp v_{10}, \quad \dot{T}'_{21} = 0 \\ & \text{側面 } (x_2 = \pm a_2) : \dot{T}'_{22} = \dot{u}, \quad \dot{T}'_{12} = 0 \\ \text{b) 不均一境界条件} : & \text{上下面 } (x_1 = \pm a_1) : v_1 = 0, \quad \dot{T}'_{21} = 0 \\ & \text{側面 } (x_2 = \pm a_2) : \dot{T}'_{22} = 0, \quad \dot{T}'_{12} = -qv_{2,1} \end{aligned} \quad (5)$$

2.3 構成式 非排水平面ひずみ条件での均一場の Cam-clay モデルの構成式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{T}'_{11} - \dot{T}'_{22} &= 2\mu^*(D_{11} - D_{22}) \\ \dot{T}'_{12} &= 2\mu D_{12} \\ D_{11} + D_{22} &= 0, \quad D_{33} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、Cam-clay モデルの場合の μ, μ^* の具体形は、参考文献(1)参照。

2.4 流れ関数を用いた増分釣合式と境界条件

式(3)の増分釣合式と、式(5)の境界条件に、式(6)の構成式を代入し、 $v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}, v_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1}$ なる流れ関数 ψ を導入し、整理すると、増分釣合式と境界条件は次のようになる。

$$\text{増分釣合式: } (\mu - \frac{q}{2})\psi_{,1111} + 2(2\mu^* - \mu)\psi_{,1122} + (\mu + \frac{q}{2})\psi_{,2222} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{境界条件: } & \text{上下面 } (x_1 = \pm a_1) : \psi_{,2} = 0, \quad \psi_{,11} = 0 \\ & \text{側面 } (x_2 = \pm a_2) : \psi_{,11} = \psi_{,22} \quad (\mu + \frac{q}{2} = 0 \text{ 以外の時}) \\ & (\mu + \frac{q}{2})\psi_{,222} = (\mu - \frac{q}{2} - 4\mu^*)\psi_{,112} \end{aligned} \quad (8)$$

結局、非排水側圧一定平面ひずみの固有値問題は、一軸引張、圧縮問題（(2),(3) 参照）と同様になる。

3. 最大せん断変形速度 最大せん断変形速度 D_{max} を次のように定義する。

$$D_{max} = \sqrt{\left(\frac{D_{11} - D_{22}}{2}\right)^2 + D_{12}^2} \quad (9)$$

ここに、 D は変形速度テンソルである。

4. 解析結果と考察 式(5)_b、式(7)、式(8)から固有方程式を求め、Cam-clay モデルの場合の μ 、 μ^* を代入すると、固有方程式は、 $\frac{q}{p}$ （分岐荷重）、 $\frac{a_2}{a_1}$ （供試体寸法比）、 m （変形モード）、 A （非共軸項）の関数で与えられる。図-2は、変形モードと非共軸項を与えたときの $\frac{q}{p}$ と $\frac{a_2}{a_1}$ の関係を表す。変形モードに関しては、一般に、高次変形モードは低次変形モードと較べて、分岐荷重が大きいのが通常であるが、本解析結果では、寸法比（ $\frac{a_2}{a_1} \approx 1$ ）の場合、図-2より、対称型10次変形モードでも、対称型1、2次変形モード、非対称型1次変形モードとほとんど変わらない分岐荷重で発生することが言える。この結果から、供試体寸法比によっては、結論で述べたような、分岐モード、また高次分岐モードのせん断ひずみ増分の局所化の結果として考えられる網目状のすべり面群の発生も、ほぼ同一な分岐荷重で発生することが考えられる。次に D_{max} の空間分布を求め、すべり面の発生について考察した。図-3は、供試体寸法を $a_1 = 0.5$ 、 $a_2 = 0.5$ とした場合の対称型変形10次モードにおける変形モード（図-3(a)）と D_{max} の空間分布（図-3(b)）を3次元表示したものである。なお、図-3(b)の D_{max} の空間分布は、 x_1 、 x_2 座標に関してそれぞれ対称であることより、供試体の4分の1部分のみを示す。図-4は、図-3(b)における $x_1 = 0, \pm 0.1, \pm 0.2, \pm 0.3, \pm 0.4, \pm 0.5$ での断面図を示す。図-3(b)より、合計121箇所において、 D_{max} が大きくなる所が局所的に存在し、正確には、図-4より D_{max} は側面から少し内側に入った極値点群で、最大となっていることがわかる。したがって、この点群が最初のすべり面発生点群となると考えられ、以後、図-3(a)に示すような、 D_{max} の大きな点を結ぶ斜面において、すべり面群が成長すると考えられる。また先の解析結果から、いったん網目状のすべり面群が発生しても、途中で他のモードに分岐し、すべり面が見えなくなることも考えられる。

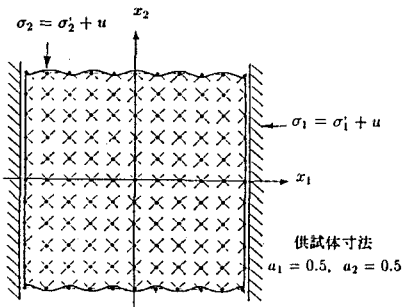


図-3(a) 対称型変形10次モード

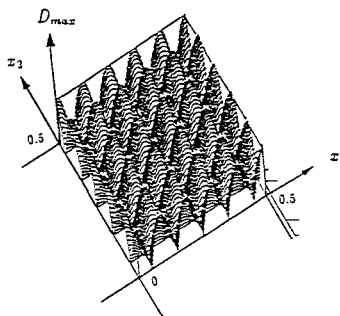


図-3(b) 最大せん断変形速度の空間分布

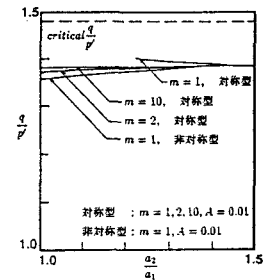


図-2 分岐荷重と寸法比の関係

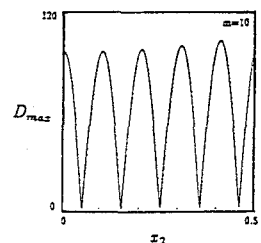


図-4 最大せん断変形速度分布の断面図

参考文献

- (1) C.Yatomi et. al., *Soilds and Foundations*, vol.29, 1989.
- (2) R.Hill and W.Hutchinson, *Mecch.Phys.Solids*, vol.23, 1975.
- (3) N.J.B.Young, *Mech.Phys.Solids*, vol.24, 1976.