

II-373

造波機によって誘起される定常循環流について

九州大学総理工 正 員 経塚 雄策
九州電力(株) 正 員 山口 健太郎
九州大学大学院 学生員 ○長町 健治

1 はじめに

波浪に伴う定常流は Stokes Drift として一般にも良く知られているが、物質の移流・拡散問題における鉛直方向の速度分布については不明なことも多い。Longuet-Higgins[1953]は、一定水深域の規則波による質量輸送速度を底面における粘性条件を考慮した解析解を示し、ポテンシャル理論から求められる解に較べ実験事実を良く説明できることを明らかにした。ポテンシャル理論では循環流を表現できないので、現実的ではない。

著者ら[1993]は先に、一定水深域の矩形潜堤周りの定常流について Longuet-Higgins と同様の理論解析と実験を行いいくつかの知見を得たが、ここではこれに関連して造波機周りの定常流について考えた。両者の問題は Radiation, Diffraction の関係から同等である。

2 理論解析

図1の座標系において、 $x=0$ におかれたピストン型造波機によって規則波を起こす問題を考える。一次の造波問題は、ポテンシャル理論によって容易に解ける。一次の流れ関数は時間項($e^{i\omega t}$)を省略すれば

$$\begin{aligned}\psi^{(1)} &= a_0 \frac{K \sinh k(z-h)}{k \sinh kh} e^{-ikx} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{K \sin k(z-h)}{k_n \sin k_n h} e^{-k_n x} \\ &= \psi_W^{(1)}(x, z) + \sum_{n=1}^{\infty} \psi_{L_n}^{(1)}(x, z)\end{aligned}\quad (1)$$

ただし、

$$K = \omega^2/g = k \tanh kh = -k_n \tan k_n \quad (2)$$

で与えられ、 a_j ($j=0, 1, 2, \dots$) はこれと対になっている速度ポテンシャルを使って、固有関数展開法などによって求められる。

次に、質量輸送の流れ関数を $\Psi(x, z)$ とすれば

$$\Psi(x, z) = \psi^{(2)} + \int \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial z} dt \cdot \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x} \quad (3)$$

で与えられる。ここで、上棒は時間平均値の意味であり、 $\psi^{(1)}, \psi^{(2)}$ はそれぞれ1次と2次の流れ関数である。Navier-Stokes 方程式において境界層厚さを $\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$ とすれば $a_0^2/\delta^2 \ll 1$ の近似では $\Psi(x, z)$ の支配方程式は次式となる。

$$\nabla^4 \Psi(x, z) = \nabla^4 \int \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial z} dt \cdot \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x} \quad (4)$$

その境界条件式は

$$\Psi(x, 0) = \Psi(x, h) = \Psi(0, z) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \Psi(x, 0) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Psi(x, h) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{5-3i}{4i\omega} u \frac{\partial u^*}{\partial x} \right\} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \Psi(0, z) = -\operatorname{Re} \left\{ \frac{5-3i}{4i\omega} w \frac{\partial w^*}{\partial z} \right\} \quad (8)$$

ただし、 $(-w, u) = \nabla \psi^{(1)}$ であり、上付き*は複素共役の意

ここで、 $\Psi(x, z)$ をいくつかの成分に分けて

$$\begin{aligned}\Psi &= \Psi_1(\psi_W^{(1)}, \psi_W^{(1)}) + \sum_n \Psi_2^{(n)}(\psi_W^{(1)}, \psi_{L_n}^{(1)}) \\ &+ \sum_n \sum_m \Psi_3^{(n,m)}(\psi_{L_n}^{(1)}, \psi_{L_m}^{(1)}) + \Psi_4(x, z)\end{aligned}\quad (9)$$

とおき、 $\Psi_1, \Psi_2^{(n)}, \Psi_3^{(n,m)}$ については $x=0$ における条件以外を満たすものとすれば $\psi^{(1)}(x, z)$ から解析解が求められる。従って、 $x=0$ における条件を満たすように Ψ_4 を決定すれば全ての境界条件が満たされる。(4),(5)を満たし、無限遠で0となる解として

$$\Psi_4(x, z) = \sum \{A_j(z-h) + B_j x\} e^{-\alpha_j x} \sin \alpha_j(z-h) \quad (10)$$

ただし、 $\alpha_j = j\pi/h$

を考えれば未定定数 A_j, B_j は $x=0$ における条件から決定できる。

また、質量輸送速度は

$$(U, W) = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z}, -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \quad (11)$$

によって与えられる。

3 数値計算結果

図2は、水深 $h = 0.3m$ の実験水槽に対応した数値計算結果で、(9) によって分解された $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4$ 、および最終的な Ψ の流線を描いたものである。造波板の深さは $d = h$ で、 $kh = 1.0$ の場合である。図中、実線は正の流線、破線は負であり、破線は時計回りの流れとなっている。これによって、各成分ごとの循環流の向きと強さの比較ができる。遠方では、発散波による質量輸送がおこなわれることになるが、そこに至るまでに造波板前方ではかなり大きな停滞した循環流が生じている。その成因は Ψ_4 が支配的であるといえる。また、造波板直前では、かなり強い上昇流が生じておりこれによって底層の水が表層まで輸送されることが判る。

4 おわりに

進行波と局部波を含む波浪中の定常循環流の理論解析法を示すとともにピストン型造波機について数値計算をおこなった。この解法は、任意形状物体周りの循環流の解析にも容易に拡張可能である。実験との比較については講演時に示す。

参考文献

- [1] Longuet-Higgins, M.S. (1953): Philosophical Transaction of Royal Society of London, Series A, Vol. 245, No. 903, pp. 535-581.
- [2] 経塚雄策、山口健太郎 (1993): 土木学会西部支部研究発表会講演概要集、pp. 182-183.

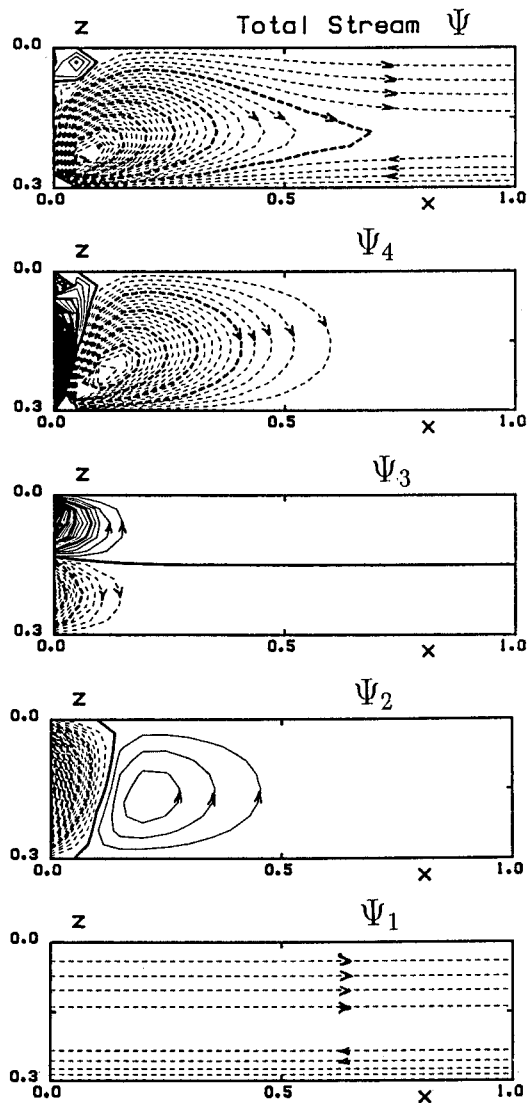


図2 質量輸送の流れ関数 (Ψ_j)

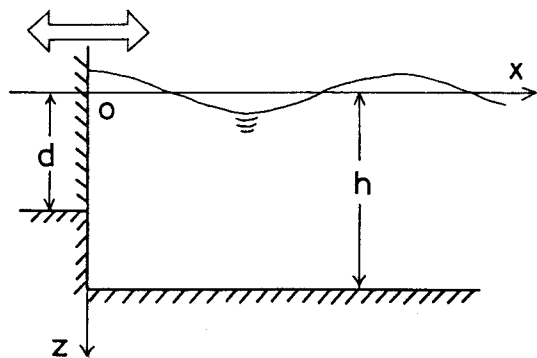


図1 座標系