

II-331 k-ε乱流モデルを用いたフロントを伴う下層密度流の解析

○(株)建設・環境研究所 正員 高橋 司
 長岡技術科学大学建設系 正員 福岡 祐介
 長岡技術科学大学建設系 正員 早川 典生

1. はじめに

下層密度流は、周囲水の密度より大きな密度をもつ流体が、斜面に沿って流下する現象である。この下層密度流は、フロント部とそれに続く定常部分に分けられる。定常部では、流速や濃度は平均的相似分布を示すが、フロント部では、周囲水の連行や定常部からの流入など、複雑な運動を伴う乱流現象による流動特性が存在することが観測されている。そこで本研究では、下層密度流の定常部とフロント部の流動特性を乱流モデルを用いた数値計算により求めた。

2. 基礎方程式とその解法

基本座標系は、底面と格子底面との間の角度を θ ；斜面方向に x ，鉛直上向きに z ；流速は、 x 方向に u ， z 方向に w ，濃度を C ，乱流エネルギーを k ，逸散率を ε とする。このとき基礎方程式は、次のようになる。

基礎方程式については、次のように与えた。

連続式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

 x 方向の運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho u u - (\mu + \eta) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho w u - (\mu + \eta) \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \\ = - \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \rho_0 g \cos \theta \int_0^x RC \, dz + \rho_0 RC \sin \theta + \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

 z 方向の運動方程式

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho u w - (\mu + \eta) \frac{\partial w}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho w w - (\mu + \eta) \frac{\partial w}{\partial z} \right\} = - \frac{\partial P}{\partial z} + \varphi \quad (3)$$

濃度 C の拡散方程式

$$\frac{\partial(C)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ uC - \left(D + \frac{v_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial C}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ wC - \left(D + \frac{v_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial C}{\partial z} \right\} = 0 \quad (4)$$

$$\text{ここで } \varphi = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \eta \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \eta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\}, \quad \eta = \rho v_t \quad (5 \text{ a, b})$$

乱流エネルギー k 方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial(k)}{\partial t} + u \frac{\partial(k)}{\partial x} + w \frac{\partial(k)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) \\ + P + G - \varepsilon \end{aligned} \quad (6)$$

逸散率 ε 方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ u \varepsilon - \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ w \varepsilon - \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right\} \\ = C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \left\{ P + (1 - C_{3\varepsilon}) G \right\} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (7)$$

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, P = v_t \left\{ -4 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\}, G = - \frac{v_t}{\sigma_t} \left\{ R \sin \theta \frac{\partial C}{\partial x} - R \cos \theta \frac{\partial C}{\partial z} \right\} \quad (8 \text{ a, b, c})$$

ここで、密度 $\rho = \rho_0(1+RC)$ ； R は相対密度差と塩分濃度の比（ RC が相対密度差）； ρ_0 は淡水密度， D は分子拡散係数である。乱流モデルは k - ε 乱流モデルを用いており， C_μ ， $C_{1\varepsilon}$ ， $C_{2\varepsilon}$ ， σ_k ， σ_ε は文献(1)に従った。

基礎方程式についてはコントロールボリューム法，生成項については陰解法による離散化をおこなった。流れ場の解法はSIMPLE²⁾アルゴリズムをもちいた。代数計算には，線ガウス・ザイデル法をもちいた。計

算格子・境界条件については、図1の通りである。

3. 解析結果

フロント部に対する数値計算は、傾斜角は5度とし流入部から非定常計算をおこなった。計算の時間ステップは0.02 secとし、実験値と比較した。図2、3はその結果を示す。

図2は、非定常解析結果である。ここで、○は実験値、実線は計算値である。横軸は、20, 40, 60, 80 cmの各断面における流速 u と濃度 C を示す。縦軸 h は底面からの距離である。流速分布は計算値と実験値の間に必ずしも良い一致が見られない。濃度分布は、20 cm断面以降で、計算値と実験値に良い一致が見られる。

図3は等濃度線の時間変化を示している。この図では初期流入濃度 C を1.0とし、0.1から1.0まで10分割している。このグラフから定常部からフロントへの流入を見ることができる。

4. 終わりに

本研究では下層密度流の定常部とフロント部の流動特性を乱流モデルを用いた数値計算により求め、測定誤差を考慮すると、フロント部について流動特性を表すことができた。

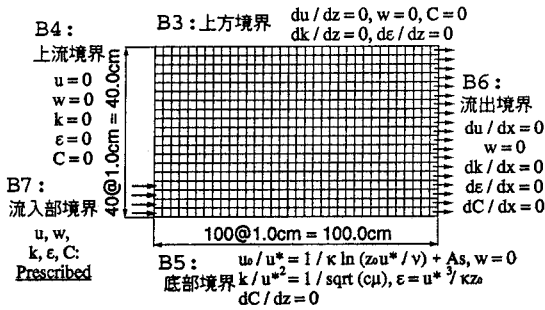


図1 計算格子・境界条件

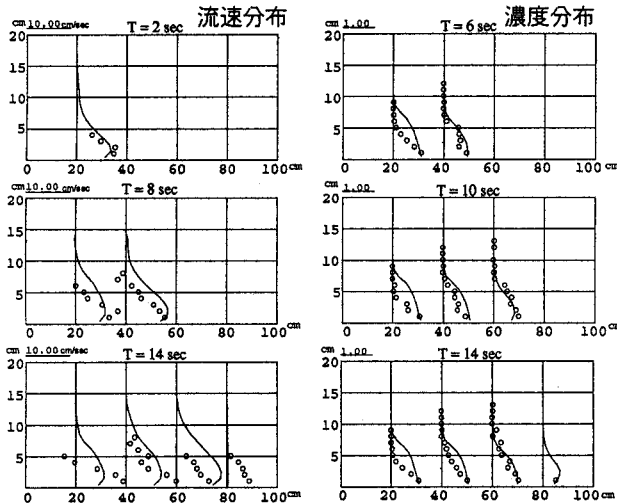
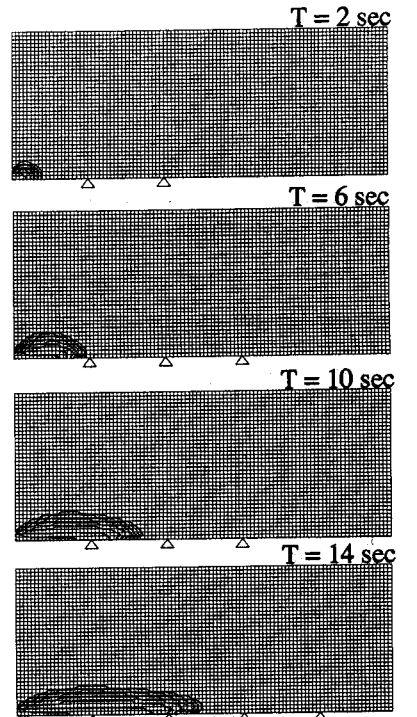


図2 解析結果（流速と濃度）



等濃度線（10分割（外側0.1，内側1.0）；初期流入濃度 C を1.0とする。）

図3 等濃度線

参考文献

- 1) Wolfgang Rodi, Turbulence Models And Their Application In Hydraulics, State of art paper, IAHR, 1980
- 2) Suhas.V.Patankar, コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, 森北出版, 1985