

台形断面水路における壁面せん断応力分布

金沢工業大学 正会員 山坂昌成

1. はじめに 有限幅の水路においてしばしば行われる底面と側壁の抵抗分離には、主として、側壁の抵抗分担分を合理的に取り除いて、底面せん断応力の算定精度を向上させたい(とりわけ移動床水理では)とする意味合いが強く、矩形断面水路に対してこれがよく行われてきた。このような目的においては、幅広の水路(実河川も実用上このように見なし得る)については、 $\tilde{\tau}_b = \tilde{w} \tilde{R} i$ ($\tilde{\tau}_b$: 底面せん断応力、 $\tilde{w}$: 水の単位体積重量、 $\tilde{R}$: 径深、 i : 水路勾配)で比較的精度の良い底面せん断応力の推定ができるが、側壁についてはこの限りではない。本研究では、幅のいかに関わらず、側壁のせん断応力分布を算定できる解析法を提案する。近年、多自然型、親水性との関わりで緩傾斜側岸が多用されることから、解析法は台形断面に適用できるように展開された。護岸の設計や安全性の観点からは、底面せん断応力の推定よりも台形断面水路の側壁せん断応力分布の推定の方が重要となる。

2. 摂動法による流れの解析 本研究では、一定渦動粘性係数を仮定し、固定境界における境界条件を線形(境界せん断応力がスリップ速度に比例)とした解析¹⁾を行う。横断距離を水面幅 $\tilde{B}$ の $1/2$ で、鉛直距離を水深 $\tilde{h}_0$ で、流速を2次元流れの平均流速 $\tilde{U}_\infty$ で無次元化し、摂動法を用いて $u = u_0 + \alpha u_1$ と表すと、 α についての1次の運動方程式、境界条件は、それぞれ、以下ようになる(主な記号の定義は図-1を参照)。0次については、文献1)と同じであるので、結果のみ示す。

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} = 0 \quad \dots(1)$$

$$z=1 \text{ で: } \frac{\partial u_1}{\partial z} = 0 \quad \dots(2) \quad z=0 \text{ で: } u_1 = \chi_b \frac{\partial u_1}{\partial z} \quad \dots(3)$$

$$y=1 \text{ で: } u_1 + \chi_s \frac{\partial u_1}{\partial y} = \chi_s \left\{ \left(\beta^2 \frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} (1-z) \right) + \frac{\partial u_0}{\partial y} (1-z) \right\} \quad \dots(4)$$

$$u_0 = d_1 \{ d_2 (z^2/2 - z - \chi_b) + d_3 \cosh(\beta \delta y) \cos \delta (1-z) \} \quad \dots(5)$$

ここに、 $\beta = \tilde{B} / (2 \tilde{h}_0)$ 、 $\alpha = \tan \theta / \beta$ (θ : 側壁の鉛直からの傾き角、 α : ひずみ断面での側壁の勾配)で、 $\chi_b = 1 / (15 \sqrt{C_{fb}}) - 1/3$ 、 $\chi_s = \{1 / (15 \sqrt{C_{fs}}) - 1/3\} / \beta$ (C_{fb} 、 C_{fs} はそれぞれ、底面、側壁の摩擦抵抗係数)である。 δ 、 d_2 、 d_3 は文献1)と同じであるが、本研究では流速を流路中央の平均流速でなく、二次元流れの平均流速で無次元化しているので $d_1 = -1$ となる。

水面、底面での境界条件式(2)、(3)を満足する運動方程式(1)の解は、無限級数を用いて、

$$u_1 = \sum_{j=1}^{\infty} A_j \cosh(\beta \gamma_j y) \cos \{ \gamma_j (1-z) \} \quad \dots(6)$$

で表される。ここに、 $\tan \gamma_j = 1 / (\chi_b \gamma_j)$ である。係数 A_j は式(6)が $y=1$ での境界条件を満足するように、三角関数の直交性を考慮して、以下のように決定される。

$$A_j = 2 \int_0^1 F(z) \cos \{ \gamma_j (1-z) \} dz / [1 + (\sin 2 \gamma_j) / (2 \gamma_j)] \{ \cosh \beta \gamma_j + \chi_s \beta \gamma_j \sinh \beta \gamma_j \} \quad \dots(7)$$

ここに、 $F(z)$ は式(4)の右辺であり、式(7)の積分は解析的に求められるが、その詳細についてはここでは省略する。

3. 境界せん断応力分布 本研究で主題とする境界面のせん断応力は、上記で境界のスリップ速度とせん断応力が比例すると仮定していることから、二次元流れの底面せん断応力 $\tilde{\tau}_{b0} = \tilde{w} \tilde{h}_0 i$ で無次元化した境界

せん断応力は、

$\tau_b = u_b / (-d_1 d_2 \chi_b)$, $\tau_s = u_s / (-d_1 d_2 \beta \chi_s) \dots (8)$
 となる。ここに、添え字bは底面（ $z=0$ ）における量を、添え
 字sは側壁（ $y=1-\alpha(1-z)$ ）における量を表し、 $\sim$ は次元
 量を示す。

図-2にGhosh & Roy²⁾の滑面矩形水路における実験結果(Run
 1)と解析結果の比較を示す。プロットされた点はプレストン管
 による測定結果を表す。 $z=0$ の直線から下側に底面せん断応
 力を、 $y=1$ の直線から右側に側壁せん断応力を示している。
 縦と横の無次元化のスケールが異なるので、図の縦横比は実際
 のものと異なって描かれている。同図より、水路の隅角部のご
 く近くを除いては、せん断応力分布の精度が比較的高いことが
 うかがえる。図-3,4に台形断面水路における境界せん断応力分
 布の解析例を示す。実線は矩形断面（ $\alpha=0$ ）に対するせん断
 応力を破線は台形断面水路に対するせん断応力を示し、左上の
 長方形内の破線は台形断面水路の側壁位置を表す。通常は、台
 形水路の側壁せん断応力は壁面から垂直方向に座標をとって示
 されるが、ここでは、矩形解との比較がしやすいように、0次
 解に対しても、1次解に対しても壁面せん断応力は $y=1$ の直
 線（矩形断面の側壁位置）から水平方向に軸をとって示されて
 いる。図-3と4では側壁の摩擦係数のみが異なり、図-3では底面
 の摩擦抵抗係数と同じ0.0075、図-4ではこれより大きい0.010と
 した。矩形と台形との比較を行うと、側壁を傾斜させた台形断
 面では側壁のせん断応力が増加し、最大値が水面と底面の中間
 に現れるようになることが大きな特徴である。図-3,4を比較し
 て、側壁の抵抗係数の違いによる影響を見てみると、側壁の抵
 抗係数が大きくなると相対的に底面のせん断応力が減り、側壁
 のせん断応力が増加すること、同一の側壁傾斜に対しての側壁
 せん断応力の変化が大きくなる傾向がみられる。従って、極端
 な場合には（本解析の適用範囲外になるかも知れないが）、側
 壁の抵抗係数がかなり大きく、傾斜角が増せば（横断勾配は緩）
 側壁の無次元せん断応力が局所的に1を超える（底面の最大せ
 ん断応力より大きいことを意味する）ほど大きくなる。

4. あとがき 台形断面の境界せん断応力分布については、文
 献2)では、粗面の実験結果しか掲載されておらず、本解析結果
 は滑面にしか適用できないと思われるので、実験値との比較が
 できなかった。本解析結果が粗面に適用できない大きな原因
 は断面内の二次流の存在であり、粗面を扱う場合は、二次流を
 考慮した解析が必要と思われる。最後に、本研究は文部省科学
 研究費補助金（代表：村本嘉雄 京大防災研教授）の補助を受け
 て行った。ここに感謝の意を表する。

1)山坂・池田・酒寄：一様湾曲流路の流れの三次元解析（土木学会論文集，No.411，1989．） 2)S.N.Ghosh
 and N.Roy: Boundary Shear Distribution in Open Channel Flow (J. HY Div., Vol.96, HY4, 1970.)

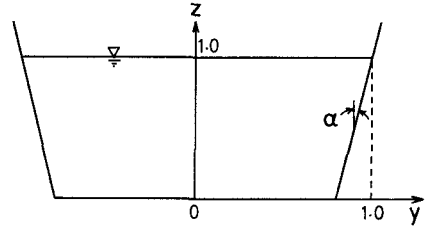


図-1 記号の定義図

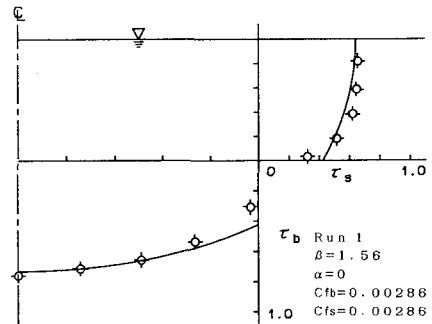


図-2 Ghoshらの実験値との対応

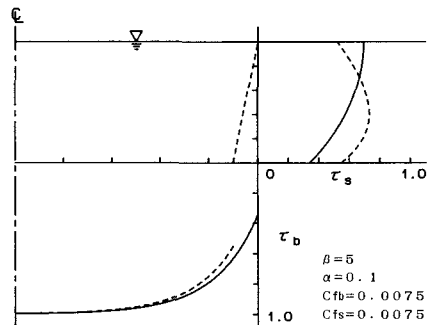


図-3 計算例1（抵抗係数一定）

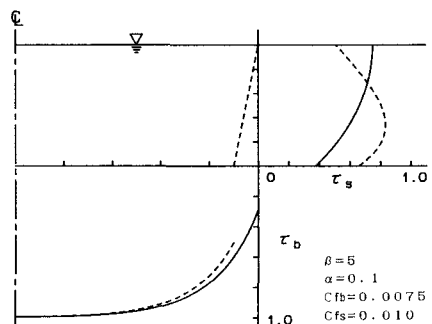


図-4 計算例2（側壁の抵抗係数大）