

II-253

波動論に基づく成層水域の内部変動の解析

神戸大学大学院 学生員 重村 誠一
 神戸大学工学部 正 員 神田 徹
 神戸大学工学部 正 員 道奥 康治

1. はじめに

水温成層場における内部変動は平均流→内部波→乱流など様々なスケールの素過程から構成される。その中で内部波は「平均流-乱流」間の運動量・エネルギー交換を担う役割を果たす。成層水域の流動を解析するためには、内部波成分を的確に把握しこれを考慮して乱流モデルを構築する必要がある。本研究では、図-1に示す貯水池での水温観測より得られた内部波を再現するために、波動論に基づいた理論解析を行う。理論解は鉛直変位の時系列・内部波のスペクトルに関して観測値と比較され、本解析の妥当性が検証される。

2. 内部波の理論解析

図-2に示すような密度場における二次元内部波の基礎式は¹⁾

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\nabla^2 \psi) + \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi_z - \frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} \psi_{xx} = 0 \quad (1)$$

と表せる。ここで、 ψ は流れ関数、添字は偏微分、 ρ_0 は密度、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ 。式(1)の特解として、波数 k_{mn} 、角振動数 σ_m の内部波成分の調和解、 $\psi_{mn} = [X_{mn}(z)/\sqrt{\rho_0}] \cdot \exp[i(k_{mn}x - \sigma_m t)]$ を仮定し、若干の近似を経た後 $X_{mn}(z)$ に関する常微分方程式を得る。境界条件は水面および水底で鉛直流速 $w=0$ 、すなわち $X_{mn}(0)=X_{mn}(H)=0$ である。一般解は基本調和解 ψ_{mn} の級数として、

$$\psi(x, z, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \psi_{mn} = (\rho_0)^{-1/2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N C_{mn} X_{mn}(z) \cdot \exp[i(k_{mn}x - \sigma_m t)] \quad (2)$$

のように与えられる。まず、角周波数 σ_m の内部波に対する波数として n 個の固有値 k_{mn} が X_{mn} の方程式と境界条件から得られる。次に、 X_{mn} の方程式を境界条件のもとに積分して第 (m, n) 次のモードに対する $X_{mn}(z)$ の固有解が得られる。先の解析では係数 C_{mn} および $X_{mn}(z)$ を実数とみなして解を得たが²⁾、ここでは、より合理的な解析として複素数解析を行い、最終的な ψ の実数部分をとって内部波の解とする。理論との比較対象とする内部波時系列は周期 T_m にして $20(\text{min}) \leq T_m \leq 120(\text{min})$ の範囲のバンドパスフィルターを通して得られている。よって、本解析ではこれに対応する角周波数、 $|\sigma_m| = 2\pi \times 3.3 \times 10^{-6} \sim 2\pi \times 9.7 \times 10^{-8} (\text{Hz})$ 、の周波数帯の成分に関して解析を行う。なお、進行波と後退波は混在しており、上記の σ_m の絶対値の範囲で正負の σ_m の値に対し解を求める。ある水深 $z_j = (j-1)\Delta z$ における (m, n) モードの内部波の鉛直変位 η_{mnj} は、次式で表される。

$$\eta_{mnj}(t) = \frac{-1}{\sqrt{\rho_0}} \frac{k_{mn}}{\sigma_m} X_{mn}(z_j) C_{mn} \exp[i(k_{mn}x - \sigma_m t)] \quad (\text{なお、}\eta_j(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \eta_{mnj}(t) \text{である}) \quad (3)$$

複素係数 C_{mn} を求めるために十分長い時間 T について式(3)をフーリエ積分すると次式を得る。

$$\frac{1}{T} \int_0^T \eta_{oj} \exp[i\sigma_p t] dt = \frac{1}{T} \int_0^T \exp[i\sigma_p t] \left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \eta_{mnj}(t) \right\} dt = -\frac{1}{\sqrt{\rho_0}} \frac{1}{\sigma_p} \sum_{n=1}^N [k_{pn} X_{pnj} C_{pn} \exp(ik_{pn} x_0)] \quad (4)$$

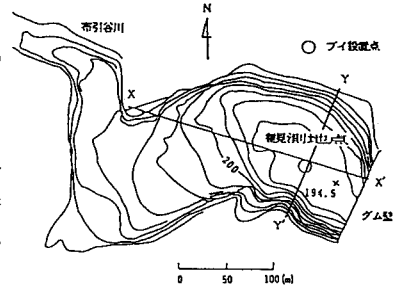


図-1 布引貯水池の概略図

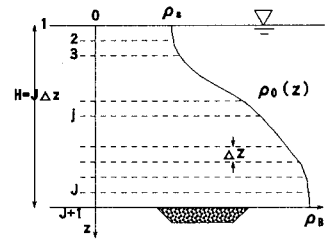


図-2 密度場の模式図

ここで、 $\eta_{o,j}(t)$ は水深 z_j における内部変位の観測時系列、 x_o は観測点の x 座標である。ここで、級数 N の個数 N を鉛直方向の観測点数 $(J-1)$ 個と等しくとれば式(3)は任意の角周波数 σ_p に対し $C_{m,n}$ に関する N 元連立一次方程式を構成する。これより回帰係数 $C_{m,n}$ が決定され式(2)、(3)の実数部分をとることによって ϕ 、 η の解を得る。

3. 解析結果

1991年3月6日と1991年9月8日に多層式水温計を用いて観測された水温時系列より、各水深での鉛直変位の時系列 $\eta_{o,j}(t)$ を作成する。図-3に1991年3月6日の密度 ρ_o 、浮力振動数 N_B の鉛直分布および内部波の鉛直変位時系列の観測値と理論解の比較を示す。同様に9月8日の解析結果を図-4に示す。3月6日は連続的な弱い密度成層が形成されている場合、9月8日は明瞭な躍層が見られ、二層系に近い密度成層が形成されている場合である。いずれにおいても、理論によって得られた鉛直変位の時系列は観測される内部変動の特性を良好に再現している。図-5, 6は各水深における鉛直変位のスペクトルに関し、観測値と解析値を比較したものである。スペクトルの形状は両者でよく一致している。特に、低周波数側での卓越周波数などが本解析により良好に再現されていることがわかる。以上のように、波動論によって内部変動が再現され、対象とする周波数帯の変動は内部波によるものであることが確認された。

本研究の遂行にあたり平成四年度文部省科学研究費試験研究(B)(1)(代表：神田徹)の援助を得た。現地観測に際しては神戸大学工学部前田浩之氏に御協力頂いた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 富永正英: 海洋波動, 共立出版, pp. 528-536, 1976.
- 2) 神田徹・道奥康治・小川修隆・重村誠一: 貯水池で観測される内部波動の解析, 水工学論文集, 第37巻, 1993. 3.

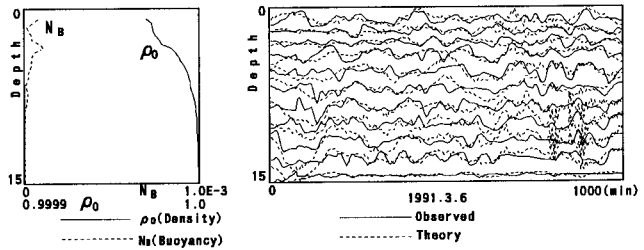


図-3 密度 ρ_o 、浮力振動数 N_B の鉛直分布(左図)および各水深の鉛直変位の時系列に関する観測値・解析値の比較(1991年3月6日)

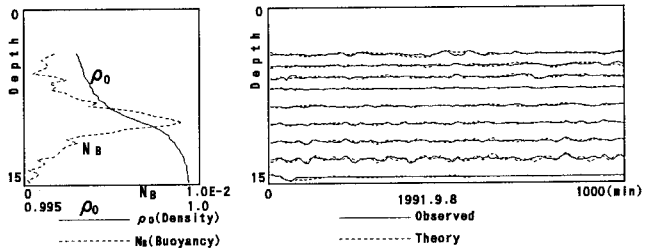


図-4 同上(1991年9月8日)

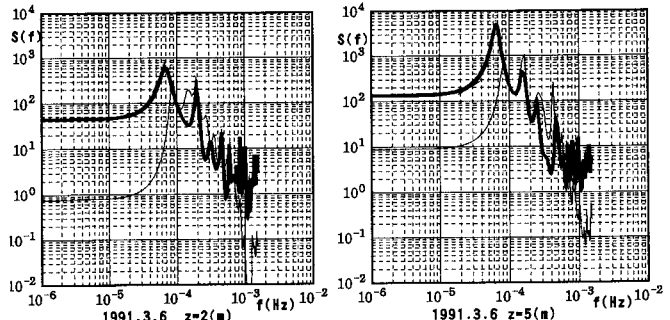


図-5 スペクトルに関する観測値と理論値の比較(1991年3月6日)

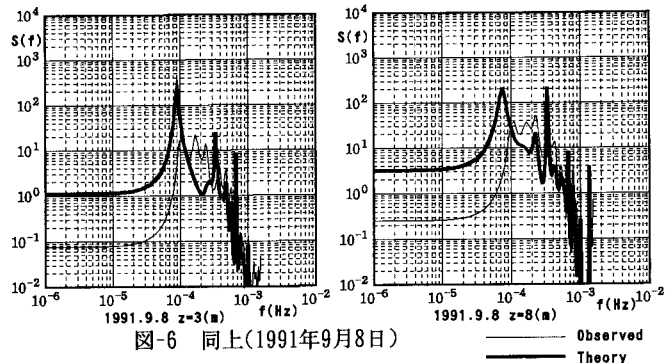


図-6 同上(1991年9月8日)