

II-249

傾斜サーマルの理論的研究

九州工業大学工学部 ○学生員 森田 毅

同 上 正 員 秋山 壽一郎 浦 勝

1. 序論

周囲より重い流体が瞬間的に放出されると斜面上に沿って流下発達し、傾斜サーマルを形成する。この現象は自然界において頻繁に観測される最も基本的かつ重要な密度流の一つである。特に、密度差が溶解物質のような保存性物質である場合、つまり浮力フラックスが一定であるものは“保存性傾斜サーマル”と呼ばれる。本研究は、“保存性傾斜サーマル”の流動機構を理論的解明を目的としたものである。

2. 保存性傾斜サーマルの理論

水平面と角度 θ をなす傾斜面上を流下する傾斜サーマルを図-1に示すようにモデル化する。現象のモデル化にあたって、以下のような仮定を設ける。(1)サーマルの形状は流下方向に相似形を保つ、(2)サーマルの形状は半楕円で近似できる、(3)サーマルの内部は完全混合状態である(ρ =一定)、(4)周囲水の密度は均一である(ρ_a =一定)、(5)上部界面の不安定のために、サーマルの流体塊の一部が後方へ置き去られるが、この量は微小であるとして無視する(初期浮力は保存される)、(6) Boussinesq($(\rho-\rho_a)/\rho_a \ll 1$)とする、(7)サーマルの全周囲より周囲水の連行が行なわれる。

支配方程式: 体積保存の式、質量保存の式、及び運動方程式を変形すると、 H, R , 及び B を未知数とする式(1)~(3)の支配方程式が得られる。

$$\frac{dH}{dx} = \frac{1}{2} \left(\frac{S_2}{S_1} \right) \sqrt{f(\theta)} E_d \dots (1) \quad \frac{dR}{dx} = \frac{3R}{H} \left[\frac{dH}{dx} + \frac{2}{3} \frac{f(\theta) C_d - S_1 R \tan \theta}{S_1 (1 + A_m)} \right] \dots (2)$$

$$\frac{dB}{dx} = - \frac{2B}{H} \frac{dH}{dx} \dots (3)$$

ここに、 H =最大厚層、 B =平均浮力、 R =Overall Richardson数($=BH\cos\theta U^2$)、 U =重心移動速度、 S_1 =形状係数($=\pi A$)、 S_2 =形状係数、 $f(\theta)$ =断面アスペクト比($=H/L$)、 E_d =連行係数、 C_d =抵抗係数、 A_m =付加質量係数($=2f(\theta)$)である。

流れの確立領域に対する支配方程式と理論解: 今、 R =一定である領域、つまり E_d が x に依存しない領域を“流れの確立領域”と呼ぶ。式(3)で $dR/dx=0$ とすると、“流れの確立領域”に対して成立する式(4)~(6)の支配方程式が得られる。

$$\frac{dH}{dx} = \frac{1}{2} \left(\frac{S_2}{S_1} \right) \sqrt{f(\theta)} E_d(\theta) \dots (4) \quad R_n(\theta) = \frac{1}{S_1 \tan \theta} \left[\frac{3}{2} S_1 (1 + A_m) \frac{dH}{dx} + f(\theta) C_d \right] \dots (5)$$

$$\frac{dB}{dx} = - \frac{2B}{H} \frac{dH}{dx} \dots (6)$$

これらの式より、 H, R, B は次のように解析的に求められる。

$$H - H_i = \frac{1}{2} \left(\frac{S_2}{S_1} \right) \sqrt{f(\theta)} E_d(\theta) (x - x_i) \dots (7) \quad R_n(\theta) = \frac{f(\theta) \left[\frac{3}{4} S_2 (1 + A_m) \frac{E_d(\theta)}{\sqrt{f(\theta)}} + C_d \right]}{\tan \theta} \dots (8)$$

$$B = \frac{f(\theta) W_0}{S_1} \left[H_i + \frac{1}{2} \left(\frac{S_2}{S_1} \right) \sqrt{f(\theta)} E_d(\theta) (x - x_i) \right]^{-2} \dots (9)$$

ここに、添字 i は確立領域におけるサーマルの初期量、 $W_0 = B_0 H_0 L_0 = S_1 B H L$ である。また、 U_i は Richardson 数の定義を用いて次のように求められる。

$$U = K_1 \left[\frac{W_0 \sin \theta}{H_i + \frac{1}{2} \left(\frac{S_2}{S_1} \right) \sqrt{f(\theta)} E_d(\theta) (x - x_i)} \right]^{1/2} \dots (10) \quad \text{ここに、} K_1 = \left[\frac{3}{4} (1 + A_m) S_2 \frac{E_d(\theta)}{\sqrt{f(\theta)}} + C_d \right]^{-1/2}$$

式(7)~(10)が“流れの確立領域”における H, R, B 及び U の理論解であり、本解法は Beghin et al. の理論解とは異なり、 x_i における H_i が与えられれば、 H, R, B 及び U の理論解が求まるところに特徴がある。

連行係数 E_d と底面傾斜角 θ との関係: 連行量 q_e を確立領域における実験結果 ($\theta=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 及び 90°) を用いて画像解析より算定し、サーマルの連行係数 (E_d) を式(11)で定義し、 E_d を θ の関数として式(12)のように求めた(図-2)。

$$E_d = \frac{q_e \sqrt{f(\theta)}}{S_2 UH} \dots (11), \quad E_d = 0.00251 \theta + 0.0527 \dots (12)$$

3. 考察

理論解と数値計算との比較: 理論解と数値計算との比較を行ない、両者が完全に一致することが判った。比較計算に必要な初期浮力 B_i は $B_i = B_0 A_0 / A_i$ より推定した。また、各角度に対して異なった流入条件に対する R の挙動を調べたが、いずれの角度でも流入条件にかかわらず、 R は一定値 ($=R_n$) に収束し、 R = 一定となる流れの確立領域の存在が確かめられた。図-3に $\theta=30^\circ$ の場合の R の挙動を示す。

数値計算と実験値との比較: 計算のための初期条件としては、流入地点 O での値を用いた。サーマルは静止状態から成長・発達するので、初期流速 U_0 は 0 であるが R が ∞ となるため、計算に際しては極めて小さな値を U_0 として使用した。また、 B_0 及び H_0 としては、塩水 BOX 内の塩水濃度及び BOX の高さをを用いた。図-4に $\theta=45^\circ$, $w_0 = 39.4(\text{cm}^3/\text{s})$ の場合の比較を示す。

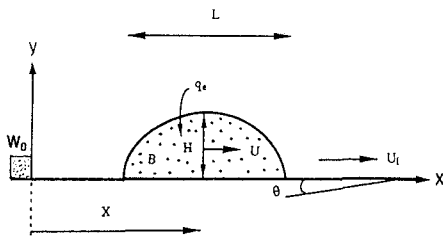


図-1 定義図

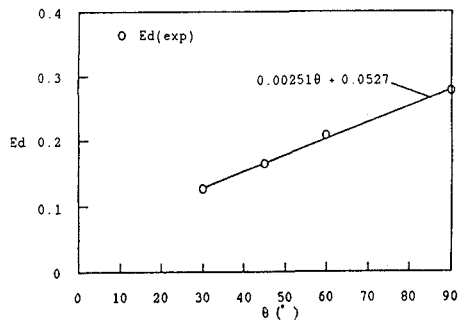


図-2 E_d と θ との関係

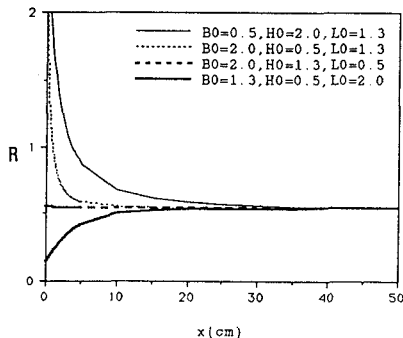


図-3 異なった流入条件に対する R の挙動

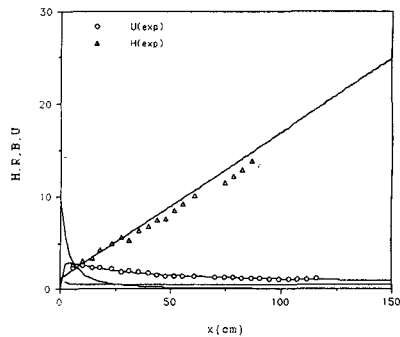


図-4 実験値と数値計算との比較

4. 参考文献

Beghin et al.: J.Fluid Mech. 107, 407-422, 1981