

II-247

非定常傾斜ブルームの数値モデル

九州工業大学工学部 学生員 ○坂本 浩一
同 上 正 員 秋山壽一郎、浦 勝

1. 序論

周囲水より密度の大きい流体が連続的に傾斜面上に放出されると、斜面に沿って流下発達し、先端部と後続部よりなる傾斜ブルームを形成する。本研究は、新たに実験研究によって得られた関係式を、連行と抵抗を考慮した非定常な流入条件に対する傾斜ブルームの数値シミュレーションモデル(秋山ら, 1991)に組み込んだものである。

2. 理論

傾斜ブルームの定義図を図-1に示す。座標軸は流下方向にx座標、これと直交し向き方向にy座標を取る。以下、それぞれの領域に対して支配方程式を示す。

後続部の支配方程式: 後続部は先端部で間欠的に発生する渦が置き去られることによって形成される層と重い流入水によって形成された下層の上部とが混ざりあった混合層および通常定常部と呼ばれる下層の2つの層から構成されている。ここでは、後続部は混合層も含めた厚さと考え、連行量の評価を考慮した一次元非定常二層流としてモデル化を行う。hを層厚、BとUを断面平均浮力および流速とすると、基礎方程式は式(1)~(3)で与えられる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} \frac{\partial U}{\partial x} = E_c U \dots (1), \quad \frac{\partial f_2 B h}{\partial t} + \frac{\partial B U h}{\partial x} = 0 \dots (2), \quad \frac{\partial U h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (h U^2 + \frac{f_2 B h^2 \cos \theta}{2}) = f_1 B h \sin \theta - f_b U^2 \dots (3)$$

ここに、 E_c =連行係数、 f_b =底面抵抗係数、 $B=(\Delta \rho / \rho_a)g$ 、 g =重力加速度、 ρ_a =周囲水の密度、 $\Delta \rho$ =密度差。 f_1 と f_2 は次式で定義される形状係数であり、連行係数 E_c としてはTurner(1986)によって得られた連続下層密度流に対して提案されている式(6)の経験式を使用する。

$$f_1 = \int b dy / B h \dots (4), \quad f_2 = \int 2 b y dy / B h^2 \dots (5), \quad E_c = (0.08 - 0.1 R_i) / (1 + 5 R_i) \dots (6)$$

ここに、 b =局所浮力、 R =Overall Richardson数($=B h c \theta / U^2$)。

本研究では、式(1)と(3)を解き、同時に式(2)を差分化し、式(2)、(7)、(8)を連立させて流速U、層厚h、浮力Bを解く方法を用いた。形状係数 f_1, f_2 はxとtに対して独立と仮定し、式(1)と(2)の偏微分方程式をx-t平面の1対の特性方程式と1対の全微分方程式に変形すると、式(7)および(8)が得られる。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{h + \lambda U}{\lambda} \dots (7), \quad \frac{dU}{dx} + H \frac{dh}{dx} + G = 0 \dots (8)$$

ここに、HおよびGは次式で与えられる。

$$H = \frac{U + \lambda A_2}{h + \lambda U}; \quad G = \frac{A_1 + \lambda A_3}{h + \lambda U}; \quad \lambda = \frac{(h/U)(D_3 \sqrt{D_1})}{D_2}; \quad D_1 = f_2 R; \quad D_2 = -f_2 R; \quad D_3 = 0$$

先端部の支配方程式: 先端部重心とともに移動する座標系を用い基礎方程式を導く。先端部移動速度は後続部より遅いため、高密度の流体が後続部から先端部へ流入する。それと同時に先端部では強い渦運動のため周囲水が連行され、先端部は希釈混合される。希釈された流体は、境界面に発生した強いシアアのために引きこぎられ、先端部後方へ混合流体を残し混合層を形成する。後続部から先端部へ供給される流量を q_i 、先端部における連行量を q_e 、先端部から出ていく流量を q_o とし、これらを(9)~(11)式のように仮定する。対応する浮力束 q_{B_i} 、 q_{B_e} および q_{B_o} は式(12)~(14)で与えられる。

$$q_i = h(U - U_f) \dots (9), \quad q_e = E_c U_f L \dots (10), \quad q_o = (h_f - h)/(U_f - U_m) \dots (11)$$

$$q_{B_i} = (B h)(U - U_f) \dots (12), \quad q_{B_e} = 0 \dots (13), \quad q_{B_o} = B_m(h_f - h)(U_f - U_m) \dots (14)$$

ここに、 E_c =先端部における連行係数、 h_f =先端部最大層厚、 L =先端部の長さ、 U_m =混合層の平均流速、 B_m =混合層の平均浮力、 $U_{f,c}$ =先端部重心の移動速度。先端部の形状について、式(15)と(16)で定義される断面アスペクト比 $f(\theta)$ と体積補正係数 $S(\theta)$ を導入する。

$$f(\theta) = h_f / L \dots (15), \quad S(\theta) = A / (h_f L) \dots (16)$$

ここに、 A =先端部の断面面積。

上記の諸関係を考慮すると、運動方程式、体積および質量保存の式は(17)~(19)式で与えられる。先端部移動速度 $U_{f,c}$ は、先端重心移動速度 U_f と先端部の発達率との和で決定されると仮定すると、(20)式で表わされる。

$$\frac{d}{dt} [(1 + A_m) S(\theta) U_f h_f^2] = [g(S(\theta) - 1) + S(\theta) B_f] h_f^2 \sin \theta + f(\theta) [k_b B_f (h_f^2 - h^2) \frac{\cos \theta}{2} - \frac{B h^2}{2} \cos \theta + (1 + \frac{B}{g}) h (U - U_f)^2 - k_u^2 (1 + \frac{k_b B_f}{g}) (h_f - h) U_f^2 - C_d U_f^2 h_f] \dots (17)$$

$$\frac{d}{dt} [S(\theta) h_f^2] = f(\theta) [(U - U_f) h - k_u U_f (h_f - h)] + E_c U_f h_f \dots (18)$$

$$\frac{d}{dt} [S(\theta) B_f h_f^2] = f(\theta) [B(U - U_f) h - k_u k_b B_f U_f (h_f - h)] \dots (19)$$

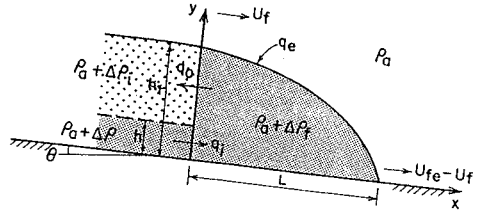


図-1 傾斜ブルームの定義図

$$U_{re}=U_r+\frac{1}{f(\theta)} \frac{dh_r}{dt} \quad \dots (20)$$

ここに、 A_m =付加質量係数、 C_d =抵抗係数、 k_u, k_B は次式で定義される補正係数。

$$k_u=1-U_m/U_r \quad \dots (21) \quad , \quad k_B=B_m/B_r \quad \dots (22)$$

$f(\theta)$ に関しては、広範囲の θ に対して得られた秋山ら(1993)の結果に基づく関係式を用いる。

$$f(\theta)=0.0053\theta+0.23 \quad , \quad \theta=5^\circ \sim 90^\circ \quad \dots (23)$$

一方、 $S(\theta)$ については、広範囲の底面勾配を対象として、先端部形状を矩形と仮定し、 $S(\theta)=1.0$ とおく。矩形形状に対する付加質量係数 M' 、および付加質量係数 A_m はそれぞれ式(24)と式(25)で表わされ、 P は近似的に式(26)で表わされる関数である。

$$M'=\rho_a P \pi h_r^2/4 \quad \dots (24) \quad , \quad A_m=P \pi f(\theta)/4 \quad \dots (25)$$

$$P=2.050-1.176f(\theta)+0.761f(\theta)^2 \quad \dots (26)$$

先端部の連行係数 E_d については、秋山ら(1993)によって得られた次の関係を用いた。

$$E_d=0.0046(\theta+1.0) \quad \dots (27)$$

3. 計算手法

後続部は Δx を初期層厚の10%、 Δt はクーロン条件を満足するように定め、式(2),(7),(8)を差分化し、上流端での境界条件 $[U(0,t), B(0,t), h(0,t)]$ を与え、上流から下流に向かって計算を進めた。先端部の諸量は後続部を解いて得られた値を先端部の境界条件として、式(17),(18),(19)の連立常微分方程式を4次のルンゲ・クッタ法で計算した。後続部と先端部での計算経過時間が同一である事実を考慮し、これを両領域の接続条件とした。

4. モデルキャリブレーションとシミュレーション

まず、本モデルに含まれる未定係数 f_b, C_d, k_u および k_B を決定するためにモデルキャリブレーションを行なった。秋山ら(1993)によって得られた流れの確立領域を対象とした以下の条件によって未定係数を決定した。

$$\left. \begin{aligned} dh/dx &= 0.0009(\theta+5) \pm 0.003 \\ dh_r/dx &= 0.0037\theta \pm 0.003 \\ U_{re} &= 1.34 \pm 0.03 \end{aligned} \right\} \text{for } \theta=5^\circ \sim 90^\circ$$

この計算の結果、 $k_B=0.2$ および底面傾斜角 θ に対する f_b, C_d および k_u の関係が図-2および図-3のように得られた。この関係を用いて、底面勾配が $\theta=10^\circ$ の場合の初期層厚、浮力を、初期流速の計算結果の一例を図-4に示す。

5. 結論

モデルに含まれる未定のモデル定数を実験結果を用いて同定した。また、上流端での定常な流入条件に対して傾斜ブルームのシミュレーションを行った。その結果、流入点よりある程度下流では R_i 及び R_{if} 一定、 U 及び U_r 一定、 h 及び $h_r \sim x, B$ 及び $B_r \sim x^{-1}$ となることが解った。

6. 参考文献

- 1) 秋山ら(1991), 水工学論文集, vol.35
- 2) 秋山ら(1993), 水工学論文集, vol.37
- 3) Turner(1986), J.F.M. vol.173

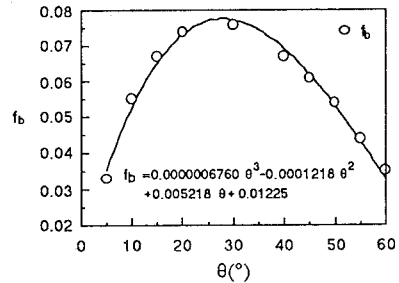


図-2 キャリブレーション結果(f_b)

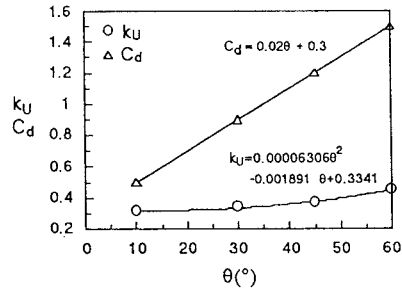
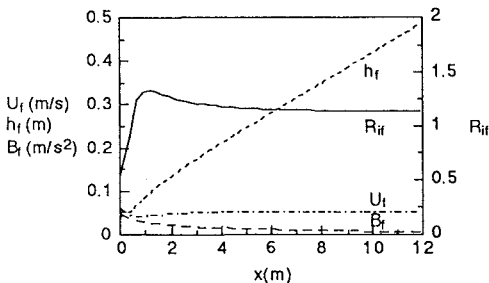
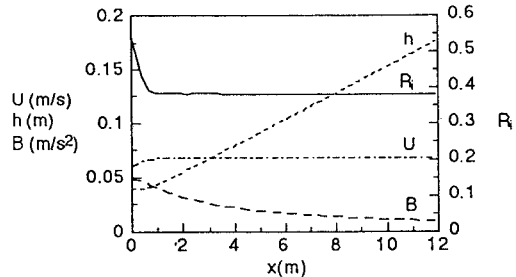


図-3 キャリブレーション結果(k_u, C_d)



(a)先端部



(b)後続部

図-4 計算結果(底面勾配 $\theta=10^\circ$)