

II-205

支川を有する河道の安定縦断形状について

北海道大学工学部	正員	黒木 幹男
北海道開発局	正員	岡部 和憲
北海道大学工学部	正員	板倉 忠興

1. はじめに

著者ら¹⁾は先に大きな支川を持たない単一の河道の場合について、安定河道の河床高、水深、川幅、および河床材料の平均粒径の縦断分布を求める方法を提案した。本報告では、この理論をもとに途中で大きな支川が合流する場合を対象に、安定な河道縦断形状を求める枠組みの検討を行った。

2. 基礎方程式と安定縦断形状

安定縦断形状を求めるための基礎式としては、ひとまず流砂に対して動的平衡状態における流砂連続式、流砂量式、流れに対して不等流の式と抵抗式がそれぞれ必要である。しかし、これら4つの式だけでは未知量の数3つ過剰であるから、3つの制約条件が必要になる。これまでの安定縦断形状に関する理論ではこの制約条件の間の整合性に難点があり、広い適応性を得るまでには至らなかった。

著者らは上の4式の他に、池田らが示した「平衡断面では無次元河床専断力 τ_* が縦断方向に変化しない」という条件を導入し、さらにエネルギー勾配 I_e と河床勾配 I_b がほぼ等しいと仮定する事で、流量 Q のみを制約条件として、河床高 z 、水深 h 、川幅 B 、河床材料の平均粒径 d の縦断分布を求める方法を提案した。紙数の関係で結果のみを記すと次式の通りである。

$$I_b \sim I_e = C_3 Q^{-6/7} \quad (1) \quad \frac{dh}{dx} - \frac{7Q}{1+C_4 Q^{4/7}} \frac{dQ}{dx} h \doteq 0 \quad (2)$$

$$d = C_2 h I_e \quad (3) \quad B = C_1 d^{-3/2} \quad (4)$$

3. 支川合流のある場合への拡張

支川合流前後の流量 Q の縦断変化を次式のように与える。

$$Q = Q_1 \exp(q_1 x) \quad ; 0 < x < L_c \quad (5) \quad Q = Q_2 \exp(q_2 x) \quad ; L_c < x < L \quad (6)$$

ここに、 L : 対象とする河道区間の長さ、 L_c : 河道上流端から合流点までの距離、 x : 流下方向に取った距離、 Q_1 : 河道上流端の流量、 Q_2 : 合流直後の流量。

式(1)を積分すれば河床高の縦断変化は次式のように表せる。

$$\frac{z}{z_*} = \frac{\exp(-a_1 \xi) - \exp(-a_1 \xi_c) + C[1 - \exp\{-a_2(1 - \xi_c)\}]}{1 - \exp(-a_1 \xi_c) + C[1 - \exp\{-a_2(1 - \xi_c)\}]} \quad ; 0 < \xi < \xi_c$$

$$\frac{z}{z_*} = \frac{C[\exp\{-a_2(\xi - \xi_c)\} - \exp\{-a_2(1 - \xi_c)\}]}{1 - \exp(-a_1 \xi_c) + C[1 - \exp\{-a_2(1 - \xi_c)\}]} \quad ; \xi_c < \xi < 1 \quad (7)$$

ただし、 $\xi = \frac{x}{L}$ 、 $\xi_c = \frac{L_c}{L}$ 、 $a_1 = \frac{6}{7} q_1 L$ 、 $a_2 = \frac{6}{7} q_2 L$ 、 $C = \frac{C_{32}}{C_{31}} \frac{a_1}{a_2}$ 、 C_{31} 、 C_{32} はそれぞれ合流点上流河道、下流河道における(3)式の比例定数。

また、水深、川幅、河床材料の平均粒径の縦断変化は(2~4)式よりそれぞれ次式のように与えられる。

$$\frac{h}{h_0} = \frac{(1+b_1) \exp\left(\frac{2}{3} a_1 \xi\right)}{1+b_1 \exp\left(\frac{2}{3} a_1 \xi\right)} ; 0 < \xi < \xi_c$$

$$\frac{h}{h_c} = \frac{(1+b_2) \exp\left\{\frac{2}{3} a_2 (\xi - \xi_c)\right\}}{1+b_2 \exp\left\{\frac{2}{3} a_2 (\xi - \xi_c)\right\}} ; \xi_c < \xi < 1$$
(8)

$$\frac{d}{d_0} = \frac{(1+b_1) \exp\left(-\frac{1}{3} a_1 \xi\right)}{1+b_1 \exp\left(\frac{2}{3} a_1 \xi\right)} ; 0 < \xi < \xi_c$$

$$\frac{d}{d_c} = \frac{(1+b_2) \exp\left\{-\frac{1}{3} a_2 (\xi - \xi_c)\right\}}{1+b_2 \exp\left\{\frac{2}{3} a_2 (\xi - \xi_c)\right\}} ; \xi_c < \xi < 1$$
(9)

$$\frac{B}{B_0} = \left[\frac{(1+b_1) \exp\left(-\frac{1}{3} a_1 \xi\right)}{1+b_1 \exp\left(\frac{2}{3} a_1 \xi\right)} \right]^{-3/2} ; 0 < \xi < \xi_c$$

$$\frac{B}{B_c} = \left[\frac{(1+b_2) \exp\left\{-\frac{1}{3} a_2 (\xi - \xi_c)\right\}}{1+b_2 \exp\left\{\frac{2}{3} a_2 (\xi - \xi_c)\right\}} \right]^{-3/2} ; \xi_c < \xi < 1$$
(10)

ただし、 $b_1 = C_{41} Q_1^{4/7}$ 、 $b_2 = C_{42} Q_2^{4/7}$ 、 C_{41} 、 C_{42} はそれぞれ上流河道、下流河道における(2)式の比例定数、添字 0は最上流端、添字 cは合流点での値をそれぞれ表す。

ところで、合流点でも水深は連続するから h_c は容易に決定できるが、 B_c および d_c は次式で示される全流砂量の連続式および粒度の連続式を考慮して決定する必要がある。

$$Q_{B1} + Q_{B3} = Q_{B2} \quad (11), \quad Q_{B1} d_1 + Q_{B3} d_3 = Q_{B2} d_2 \quad (12)$$

ただし、添字 1は本川上流河道、2は本川下流河道、3は支川のそれぞれ合流点における値を表す。

いま対象河道区間の中央 $\xi = 0.5$ で同規模の河道が合流する場合を例に、 $a_1 = a_2$ とすると流量の変化は図-1の右上がりの不連続線で与えられる。対応する河床高の縦断変化は図-1の右下がりの連続線のようにになる。また、水深、川幅および平均粒径の縦断変化は図-2のようにになる。

参考文献 黒木、岡部、板倉：河道の安定縦断形状について、土木学会第47回年講、II-22、1992.9

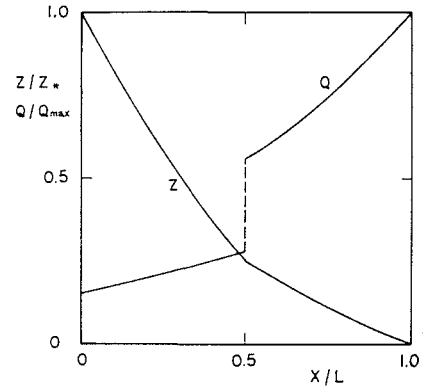


図-1 Q、zの縦断変化の計算例
($a_1=1, a_2=1, Q_r=1, \xi_c=0.5$)

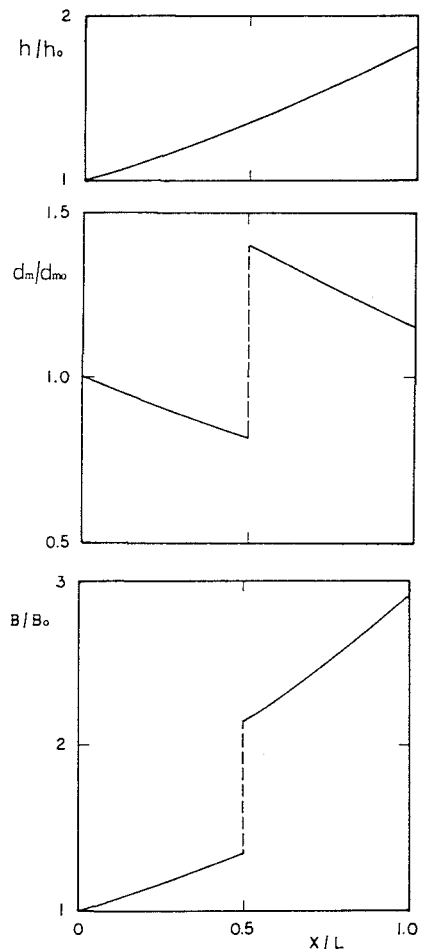


図-2 h、B、dの縦断変化の計算例
($dr=2.0, b_1=b_2=0.1$)