

北海道大学工学部 正員 森 明 巨

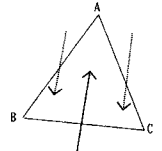
北海道大学工学部 正員 板 倉 忠 興

1. はじめに 双曲型方程式の風上スキーム理論は一次元問題ではすでにTVDなど充分に開発が進んでいるが、多次元では一次元理論を準用してこれを単に各座標方向に重ね合わせるものがほとんどであった。この方法は擾乱の伝播を各座標の方向に伝わる複数の擾乱の重ね合わせで表したことになる、物理的に不合理で、解は座標系の取り方に依存する。しかし、最近の理論開発は急で、「Genuinely Multi-Dimensionalな計算法」などと呼ばれている（GMDと呼ぶ）。いくつかのアプローチがあるが、非構造格子のものの完成度が高い¹⁾。前年度は浅水流に関する知識を活用してこれを大幅に簡略化した²⁾、今回は簡略化せずに計算を行った。

2. 理論の概要 任意に配置した計算点を三角形網に結び、各要素について線形方程式(1)を積分する。

$$\partial W / \partial t Q + a \nabla W = 0 \quad (1) \quad \int_T \partial W / \partial t dS = \phi_T, \quad \phi_T = - \int_T a \nabla W dS \quad (2)$$

ϕ_T はWを変化させる働きを持つ。この作用を各計算点に風上スキームで配分する。aの方向が三角形に対して、流入辺が1つの場合（図-1の実線）には、 ϕ_T を1点（A）に配分する。2辺の場合（点線）には2点（B、C）に配分する。1つの計算点を共通の頂点とする三角形からの寄与分を総て加えてその点のWの変化が計算される。



$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Uh}{Vh} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(U^2 \frac{h}{Vh} + g h^2 / 2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(V^2 \frac{h}{Vh} + g h^2 / 2 \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh \partial \eta / \partial x - f U \\ -gh \partial \eta / \partial y - f V \end{pmatrix} \quad (3) \quad \text{図-1}$$

ここに、 $f = g n^2 \sqrt{U^2 + V^2} / h^{1/3}$ 、U, V: 流速成分、h: 水深、 η : 河床高、n: 粗度係数。

解くべき浅水流式(3)は非線形の保存則系である。このため理論は、A) (1)式の型への再構成、B) 要素内で等価となる非線形保存則の擬線形形への書き換え

C) 安定かつ二次精度の ϕ_T の配分、の3つからなる。

A) については、特性帯の理論を用いて次式を導く

$$\partial W^i / \partial t + a_i \nabla W^i + Q^i = 0 \quad (4)$$

$$W^1 = U_s, \quad W^{2,3} = h \pm c / g U_{n,s}$$

$$a_1 = u, \quad a_{2,3} = u \pm n_2 c$$

$$Q^1 = s_1 [g \nabla H + f u]$$

$$Q^{2,3} = h \partial U_s / \partial s$$

$$\pm c / g n_{2,3} [g \nabla \eta + f u]$$

ここに、 $\mathbf{n}$ 、 $\mathbf{s}$: 互いに直交する単位ベクトル、 U_n 、 U_s : $\mathbf{n}$ および $\mathbf{s}$ 方向流速。

B) については、Zの成分が要素内でx, yの一次関数、flux項がZの成分の二次式、なるパラメータベクトルZを導入する。

C) については、配分スキームに性質PとLPを持たせる。性質Pによって新しい極大の発生を抑制し、スキームを安定にする。LPは、解が線形であれば厳密な定常解が得られることを保証する。線形スキームでは一般にPかつLPとはできないが、aの ∇W 方

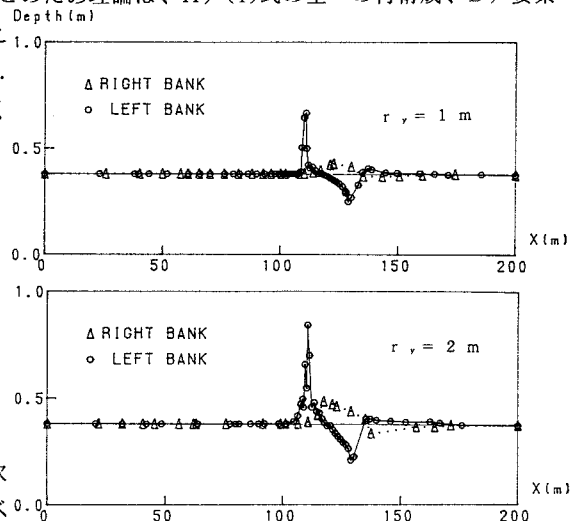


図-2

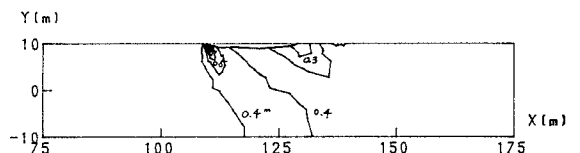


図-3

向成分を $\mathbf{a}_m$ と書くと(1)式は

$$\partial W / \partial t + \mathbf{a}_m \nabla W = 0$$

と同等であるが、これを離散化した非線形スキームはPかつL Pである(NNスキーム)。更に、収束性を向上させるためにRoeのLevelスキームを用いる。

3. Qと $\mathbf{n}$, s (4)式にはソース項Qがある。また、任意ベクトル $\mathbf{n}$ を与える必要がある。論文(1)では、 $|Q|$ が最小になるような $\mathbf{n}$ を選び、これを3つの頂点に均等に配分している。しかし、Wは、要素内を通過中にQの影響を受けてその効果を伝播方向に輸送するから輸送される質量に応じて配分すべきである。均等配分は双曲型の性質に反する。

方向は、 $\mathbf{s}^1$ の向きを流向に取り $\mathbf{n}^2 = \mathbf{n}^3 = \mathbf{n}^1$ とした。これにより主流速の要素内での圧力項と低面摩擦項の効果を捉え、主流速の変化率に応じた二次流成分の生成と水深変化を捉える。

4. 計算結果 河床勾配=0.01、 $n=0.02$ 、幅20mの直線矩形断面水路に計算区間200mをとり、上流から $x=120\text{m}$ 地点左岸に長径10m、短径 $r_y (=1, 2, 5\text{m})$ の楕円形の凸部をおく(A域)。初期条件は全域に流量 $20\text{m}^3/\text{sec}$ に対する等流水深0.38m、等流のフルード数1.36である。上流端流量を $20\text{m}^3/\text{sec}$ に固定して非定常解を求めた。

図-2に $r_y=1\text{m}$ (計算点数 $n=321$)と $r_y=2\text{m}$ ($n=211$)の左、右岸の縦断水位を示した。A域先端の跳水を鋭く捉えている。図-3は $r_y=1\text{m}$ 等水深線図である。正、負のマッハ波($F=1.36$ に対するマッハ角は約45度)を捉えている。

図-4は $r_y=5\text{m}$ ($n=272\sim 320$)の左右岸縦断水位の時間変化である。波状を呈し、前進、後退、波高の増減を繰り返し、突然、長波長の波が発生して大きく前進する。まもなく押し流されるが、以後、流況は安定する。図-5は、 $t=132, 708, 1242\text{sec}$ の流速ベクトルである。132secの流れは平滑であるが、708secではA域上流で激しく揺れている。1242secでは両者の中間である。

Benjamin, Lighthill³⁾によれば跳水に伴うエネルギーの内部損失が波形に大きな影響を与える。従って、正確には三次元計算が必要である。

参考文献 1)R.Struijs他、AIAA-Paper, 1991、
2)森、板倉、第11回自然災害学会講演会、1992年。
3)Benjamin, Lighthill, Proc. Roy. Soc, 1954

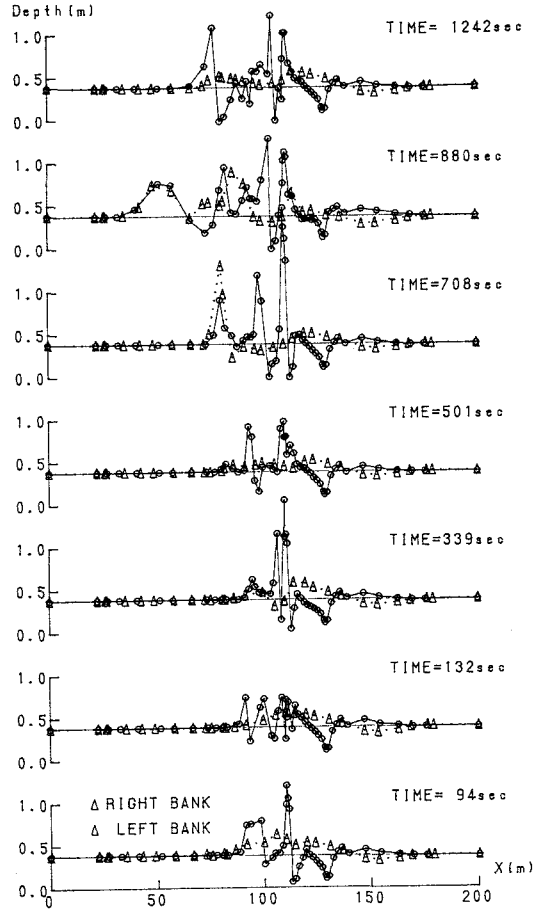


図 - 4

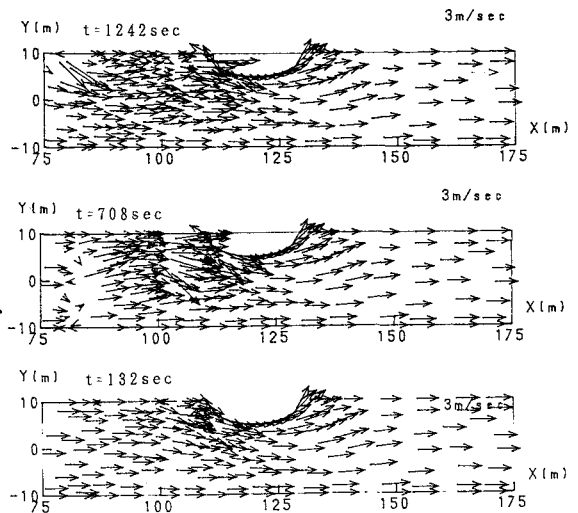


図 - 5