II－133　　地形性降雨の三次元有限要素解析

中央大学　学生員　水野健一
中央大学　学生員　金子賢一
中央大学　正会員　樫山和男

1．はじめに

著者らは既に、暖かい雨の物理モデルであるケスラーモデルに基づく二次元の地形性降雨の有限要素解析を提案している[1]。本報告は、その手法を三次元に拡張したことについて述べるものである。なお、流れ場の解析には、非圧縮粘性流体を仮定した解析を行っている。また、要素としては8節点六面体要素を用いている。

2．基礎方程式と有限要素法

流れ場の解析に用いるナビエ・ストークスの運動方程式及び連続の式は次式で与えられる。

$$u_{i,t} + u_j u_{i,j} + \frac{1}{\rho}p_{,i} - \nu(u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} = f_i \tag{1}$$

$$u_{i,i} = 0 \tag{2}$$

ここに、, は偏微分を表し、u_iは流速、p は圧力、ρは密度、νは渦動粘性係数、f_iは物体力である。

(1) 式の運動方程式に3段階テイラーガラーキン法を適用して離散化を行う。

$$u_i^{n+1/3} - u_i^n = \frac{\Delta t}{3}\{-u_j^n u_{i,j}^n - \frac{1}{\rho}p_{,i}^n + \nu(u_{i,j}^n + u_{j,i}^n)\} + f_i^n \tag{3}$$

$$u_i^{n+2/3} - u_i^n = \frac{\Delta t}{2}\{-u_j^{n+1/3}u_{i,j}^{n+1/3} - \frac{1}{\rho}p_{,i}^n + \nu(u_{i,j}^{n+1/3} + u_{j,i}^{n+1/3})\} + f_i^{n+1/3} \tag{4}$$

$$u_i^{n+1} - u_i^n = \Delta t\{-u_j^{n+2/3}u_{i,j}^{n+2/3} - \frac{1}{\rho}p_{,i}^{n+1} + \nu(u_{i,j}^{n+2/3} + u_{j,i}^{n+2/3})\} + f_i^{n+2/3} \tag{5}$$

ここで、非圧縮条件を満足させるために、次の連続方程式を導入する。

$$u_{i,i}^{n+1} = 0 \tag{6}$$

そして、(5) 式の発散をとり、それに (6) 式を代入すると、次の圧力に関するポアソン方程式が導かれる。

$$p_{,ii}^{n+1} = -\rho\frac{u_{i,i}^n}{\Delta t} - \rho u_{j,i}^{n+2/3}u_{i,j}^{n+2/3} - \rho u_j^{n+2/3}u_{i,ij}^{n+2/3} + \nu(u_{i,j}^{n+2/3} + u_{j,i}^{n+2/3})_{,j} - f_i^{n+2/3} \tag{7}$$

(3),(4),(5),(7) 式にガラーキン法を適用し離散化を行う。解法としては、各時刻において (7) 式より圧力 p^{n+1} を求め、次にその値を (5) 式に代入することにより流速 u_i^{n+1}を求める。

また、降雨解析に用いる暖かい雨に対する物理モデルであるケスラーモデルは、空気中の水粒子を、雲水量（周りの空気に対して相対的に降下しない粒子）と雨水量（周りの空気に対して相対的に降下する粒子）に分けて、それぞれの保存式を連立させて解くものであり、基礎方程式は次式で与えられる。

$$m_{,t} = -um_{,x} - vm_{,y} - wm_{,z} - AC - CC + EP + CV \tag{8}$$

$$M_{,t} = -uM_{,x} - vM_{,y} - (w + V)M_{,z} + AC + CC - EP \tag{9}$$

ここに、m は雲水量 (g/m^3)、Mは雨水量 (g/m^3)、u, vは空気の水平方向流速 (m/s)、wは空気の鉛直方向流速 (m/s)、Vは降雨粒子の落下速度 (m/s)、ACは雲水の雨水への転換、CCは雨水による雲水の捕捉、EPは雨水の蒸発、CVは凝結である。

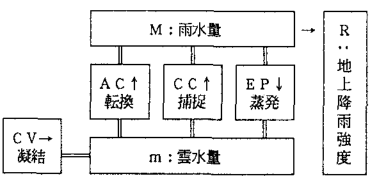

図-1 ケスラーモデル

ここで (8),(9) 式に3段階のテイラーガラーキン法を適用して、雲水量及び雨水量を求める。

また、要素としては8節点六面体要素を用い、数値積分の積分点としては $2\times2\times2$ を用いている。

3．数値解析例

今回の解析は、図-2 に示す高さ 1000m の山周辺の地形性降雨の解析を行った。計算条件として、風上で $u = 3z^{1/4}$となる流速分布を与えた。また、降雨の境界条件は風上で雲水量、雨水量ともに0及び上層境界で雨水量を0とした（図-3 参照）。また、レイノルズ数は 100、Δt は 10 秒とした。図-5 に中心断面における計

算された流速分布図を示す。そして、図-6と図-7に定常状態に達した状態での雲水量と地上降雨強度の分布図を示す。図より、山頂付近で降雨強度が大きいことがわかり、定性的に良好な結果が得られている。また、計算時間は流れ場の解析に1ステップ当たり約9分、降雨量の解析に1ステップ当たり約2分を要した（IRIS INDIGOを使用）。

4．おわりに

本報告において、三次元の地形性降雨の有限要素解析法として、ケスラーモデルに基づく解析手法を示した。今後は、計算効率の向上について検討していきたいと思う。

参考文献

[1] 樫山和男、山田正：有限要素法による地形性降雨の解析（第46回年講、第2部門、pp.56-57）

[2] 金子賢一、樫山和男：3段階テイラーガラーキン法による非圧縮粘性流体流れ解析（第6回計算力学シンポジウム報文集、pp.139-144, 1992）

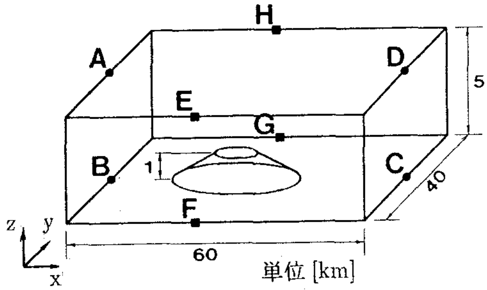

図-2 解析モデル

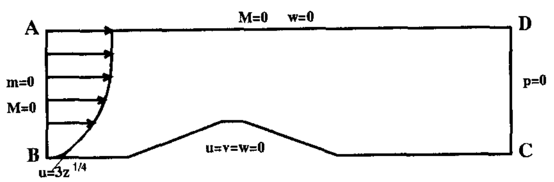

図-3 境界条件

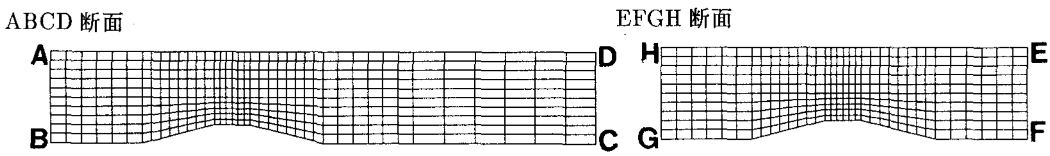

図-4 要素分割図

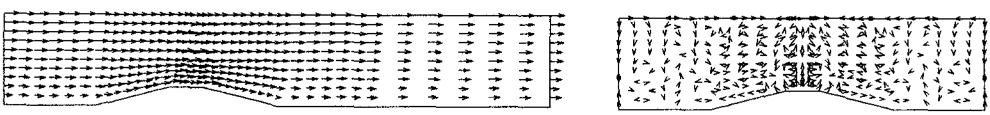

図-5 流速分布図 (m/s)

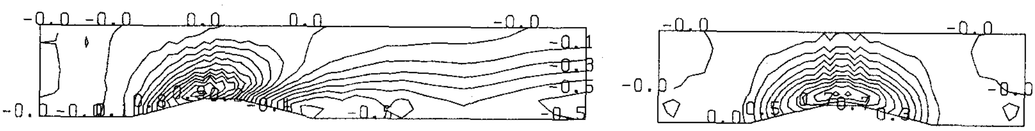

図-6 雲水量分布図 (g/m^3)

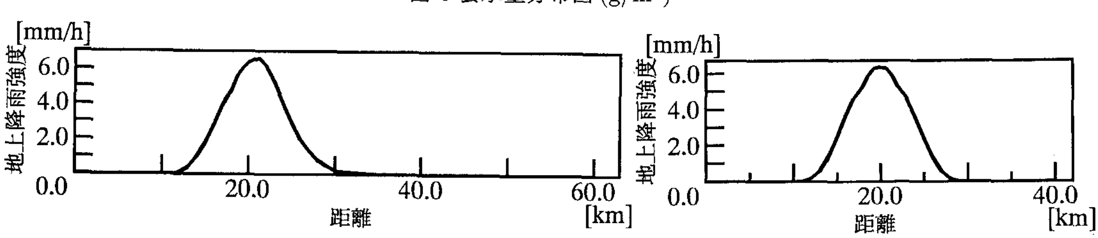

図-7 地上降雨強度