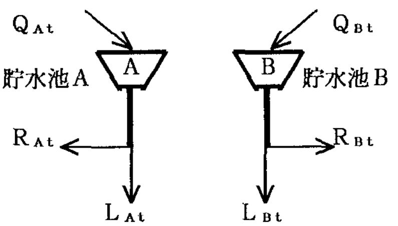
II－116　相互相関を考慮した並列貯水池系の統合操作のための貯水量推移の表現

水資源開発公団試験研究所　○正会員　小西宏和
名古屋工業大学　正会員　長尾正志
岐阜工業高等専門学校　正会員　鈴木正人
名古屋工業大学大学院　学生員　鈴木佑一

１．　はじめに　近年、水資源の有効利用のために、貯水池系という視点からの「統合操作」が重視されつつある。この統合操作のための貯水池系の機能評価には、各貯水池への流入量間の相互相関性が考慮でき、貯水池群を統合した放流操作が勘案できるようなモデル化が基礎となる。ここでは、並列に接続された２つの貯水池から構成される系の推移確率行列を利用した貯水量推移の統合的表現について述べる。

２．　計算手法の基礎的条件　貯水池関連の諸量を量的・時間的に離散化した後に、「同時点における２つの貯水池の貯水量の結合確率」に着目し、その推移を行列演算によって表現する。

２．１　貯水量変化の解釈　　ｔ期における両貯水池の貯水量の組合わせの推移を対象として説明する。なお、貯水量が増加する推移過程では、仮想的に貯水池容量を越える溢流分も貯留できるとし、溢流量分は下流への放流量Ｌに加算して勘案する。



Ｑ：流入量　Ｒ：取水量　Ｌ：下流への放流量

ただし、下添字Ａ，またはＢはそれぞれ貯水池Ａ，または貯水池Ｂの値であることを示し、さらに、下添字ｔはｔ期の値であることを示す。

図１　並列貯水池系への流入・流出概念図

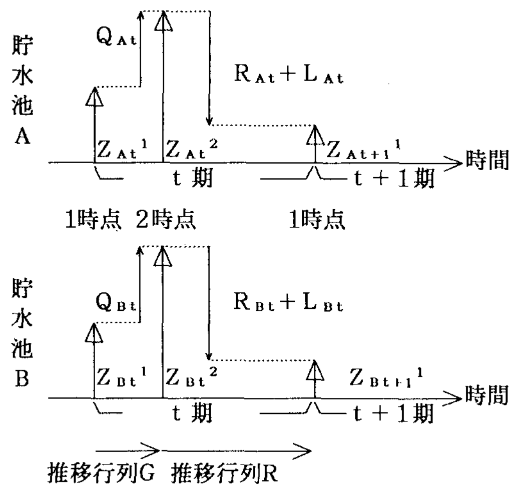


図２　並列貯水池系の貯水量推移の概念図

まず、貯水池Ａと貯水池Ｂは、それぞれの流域から流入量Q_{At}とQ_{Bt}を受けてｔ期の１時点から２時点の貯水量へ推移する。つぎに、両貯水池は、それぞれの貯水池での取水量R_{At}，R_{Bt}と、下流河川への放流量L_{At}，L_{Bt}を放流して、ｔ期の２時点からｔ＋１期の１時点の貯水量に推移する（図１，２を参照）。

２．２　貯水量変化の貯水量方程式による表現　　上記の貯水池系の貯水量変化は、貯水量方程式としてつぎのように表現されるものと考える。ただし、( )内の数式は各種放流量がどのような貯水量の関数であるとみなすかを示す。

貯水池Ａ：
$$\begin{cases} Z_{At}^2 = Z_{At}^1 + Q_{At} & (1) \\ Z_{At+1}^1 = Z_{At}^2 - R_{At}(Z_{At}^2,\ Z_{Bt}^2) - L_{At}(Z_{At}^2,\ Z_{Bt}^2) & (2) \end{cases}$$

貯水池Ｂ：
$$\begin{cases} Z_{Bt}^2 = Z_{Bt}^1 + Q_{Bt} & (3) \\ Z_{Bt+1}^1 = Z_{Bt}^2 - R_{Bt}(Z_{At}^2,\ Z_{Bt}^2) - L_{Bt}(Z_{At}^2,\ Z_{Bt}^2) & (4) \end{cases}$$

ここで、２つの貯水池の貯水量と流入量に関する情報を用いた統合放流操作を行うことにより、貯水池Ａと貯水池Ｂでの貯水量方程式は関連づけられる。

3．貯水池系としての貯水量推移のモデル化

3．1　貯水量結合分布の表現　貯水池A，貯水池Bの貯水池容量をK_A，K_B、各貯水池への流入量Q_{At}，Q_{Bt}の上限をn_A，n_Bとして、t期の1時点の貯水量結合分布$\{V\}_t^{\,1}$を、

$$\{V\}_t^{\,1} \equiv \{V0,\ V1,\ \cdots,\ Vi,\ \cdots,\ V(K_A)\}_t^{\,1}$$
$$Vi_t^{\,1} \equiv \{\upsilon i0,\ \upsilon i1,\ \cdots,\ \upsilon ij,\ \cdots,\ \upsilon i(K_B)\}_t^{\,1}$$
$$\upsilon ij_t^{\,1} \equiv \Pr[Z_{At}^{1}=i,\ Z_{Bt}^{1}=j] \quad \text{ただし、} i=0,1,\cdots,K_A,\ j=0,1,\cdots,K_B \tag{5}$$

同様に、t期の2時点の貯水量結合分布$\{V\}_t^{\,2}$を、

$$\{V\}_t^{\,2} \equiv \{V0,\ V1,\ \cdots,\ Vu,\ \cdots,\ V(K_A+n_A)\}_t^{\,2}$$
$$Vu_t^{\,2} \equiv \{\upsilon u0,\ \upsilon u1,\ \cdots,\ \upsilon uv,\ \cdots,\ \upsilon u(K_B+n_B)\}_t^{\,2}$$
$$\upsilon uv_t^{\,2} \equiv \Pr[Z_{At}^{2}=u,\ Z_{Bt}^{2}=v] \quad \text{ただし、} u=0,1,\cdots,K_A+n_A,\ v=0,1,\cdots,K_B+n_B \tag{6}$$

と表記する。

3．2　各流域からの流入量による貯水量推移　以上の貯水量結合分布の推移を推移確率行列Gを使って表現すれば、次式のようになる。

$$\{V\}_t^{\,2} = \{V\}_t^{\,1} \cdot G \tag{7}$$

この行列Gのr行、s列の要素Grs $[r=1,2,\cdots,(K_A+1)\times(K_B+1),\ s=1,2,\cdots,(K_A+n_A+1)\times(K_B+n_B+1)]$には流入量の結合分布$g_{\alpha\beta} \equiv \Pr[Q_{At}=\alpha、Q_{Bt}=\beta]$あるいは0が入る。たとえば$\upsilon ij_t^{\,1}$に対応する$r[=i\times(K_B+1)+j+1]$行、$\upsilon uv_t^{\,2}$に対応する$s[=u\times(K_B+n_B+1)+v+1]$列には、$u-i=0,1,\cdots,n_A$ かつ $v-j=0,1,\cdots,n_B$ の場合には、流入量結合確率$g(u-i)(v-j)=\Pr[Q_{At}=u-i、Q_{Bt}=v-j]$が入り、それ以外の場合には0が入る。したがって各行についてみれば、流入量の結合分布gの全ての要素がいずれかの列に入ることになる。

3．3　放流操作による貯水量推移　この貯水量結合分布の推移を推移確率行列Rを使って表現すると次式のようになる。

$$\{V\}_{t+1}^{\,1} = \{V\}_t^{\,2} \cdot R \tag{8}$$

この行列Rのp行、q列の要素Rpq $[p=1,2,\cdots,(K_A+n_A+1)\times(K_B+n_B+1),\ q=1,2,\cdots,(K_A+1)\times(K_B+1)]$には1あるいは0が入る。たとえば$\upsilon uv_t^{\,2}$に対応する$p[=u\times(K_B+n_B+1)+v+1]$行についてみれば、放流が可能で(2),(4)式を満たす列、すなわち、$q\ [=(u-R_{At}(u,v)-L_{At}(u,v))\times(K_B+1)+(v-R_{Bt}(u,v)-L_{Bt}(u,v))+1]$列だけに1が入り、それ以外の列には0が入ることになる。

3．4　各流域からの流入量による推移と放流操作による推移の合成　2時点における貯水量結合分布$\{V\}_t^{\,2}$が得られれば、その各要素に対して両貯水池の放流量は一意に決まるので、各種放流量の結合分布が求まり、それを用いた貯水池系の機能評価が可能になる。このために必要となる、単位期間をひとまとめとした貯水量結合分布の推移は、次式の推移確率行列Sを用いて統合的に表現される。

$$\{V\}_{t+1}^{\,2} = \{V\}_t^{\,2} \cdot S \qquad \text{ただし、} S=R\cdot G \tag{9}$$

すなわち行列Sは、推移確率行列RとGを掛け合わせたもので、$(K_A+n_A+1)\times(K_B+n_B+1)$行、$(K_A+n_A+1)\times(K_B+n_B+1)$列の正方行列である。

4．本手法の長所と検討内容

本モデルの長所として、推移確率行列Gの要素に、単位期間内における両貯水池への流入量の同時確率を組み込んでいるので、流入量の相互相関性が導入できること、さらに、推移確率行列Rで両貯水池の貯水量の組合わせに応じた放流が勘案されるので、両貯水池の貯水量を基準とした統合操作の評価が可能になることが挙げられる。今後、両貯水池の流入量結合分布に異方性2変数二項分布を適用し、実在の貯水池系を対象として、相互相関と統合操作が貯水池系の利水機能に与える影響について、本手法により検討していく。

参考文献　小西宏和・長尾正志・鈴木正人：相互相関を考慮した直列貯水池系の統合操作のための貯水量推移の表現，土木学会年次学術講演会講演概要集，第2部，pp. 678~679，1992.