II－98

渇水時相互流況表現のための二変数離散分布の適用

名古屋工業大学　○正会員　長尾　正志、　名古屋工業大学大学院　学生員　鈴木　祐一

１．はじめに

本研究では、貯水池問題を取り扱う際に、最も基本的かつ重要である入力としての渇水時流況を的確に表現するために、二変数離散化確率モデルを考察した。すなわち、二変数二項分布族である正の二項分布と負の二項分布を仮定し、その有用性の検討を研究の目的とした。対象とする貯水池系には九州、大淀川水系において並列関係にある綾北・綾南ダムを取りあげ、それらの渇水期流入量から積率法と最尤法で各単位量を用いて母数推定を行い、χ^2－検定により適合度を検討し、その比較を行った。

２．確率モデル

２地点間の流入量に関する渇水時流況の特性として、次の２つの点が挙げられる。① 流量の相互間の関連性が強い。② 量の少ない流量が生起しやすい。これに対して、流入量分布に、相互相関を持つ標準離散分布である異方性二変数二項分布（正の二項分布、負の二項分布）を用いる。ただし、採用した分布は相互相関を持ち上限またはそれに相当する母数（以下まとめて上限母数と略称する）が共通で、形状母数が相違する分布である。

正の二項分布と負の二項分布の相違点として、上限の有無・平均と分散の大小の２点があげられる。正の二項分布は上限（ただし正の整数に限られる）が存在し、分散より平均の方が大きい。負の二項分布は上限が存在せず、平均より分散の方が大きい。

３．母数推定法と検定法

本研究では、母数推定法として積率法と最尤法を用いる。ただし、最尤法では、上限母数と形状母数の積が標本平均に等しいという関係を用いて、同時分布の対数尤度を最大にするような上限母数と相関母数を同時に推定する方法を用いた。

母数推定を行うに際して、適合の度合を数量化するためにχ^2－検定を用いる。すなわち、5％のときのχ^2－値を基準値とし、それより小さい場合を適合とする。さらに、同時分布については、χ^2－値から逆算したχ^2－分布の超過確率を信頼度と定義し、これら信頼度を比較する。すなわち、５％を基準とし、それより大きい信頼度の場合を適合とする。

４．二変数二項分布族の適用

４．１　計算条件

綾北・綾南ダムの1966～1986の日流入量を対象として、以下の条件で適用させる。①　渇水期の特性である「少ない流量」を基礎とし、月別流入量の基礎統計量から、平均・標準偏差の小さい11月～２月の120日間を渇水期とする。②　渇水期流入量を流域面積で割って、流域面積の大きさに関係のない比流入量で表現する。③　単位期間を５日とし、0.8×10^{-2}、1.0×10^{-2}、2.0×10^{-2} $m^3/s/km^2$ の３つの単位比流入量を使う。

ただし以後では、単位比流入量の異なる３つのケースを順に、ケース１，ケース２，ケース３と略称する。

４．２　計算方法

まず、平均と分散の大小によりモデル分布の選定を行う。ただし、平均の方が大きければ正の二項分布、分散の方が大きければ負の二項分布を設定する。つぎに積率法と最尤法で母数を推定した後、周辺分布、同時分布を導き、それらの適合度をχ^2－検定により検討する。

４．３　適用結果と考察

（１）　全標本の場合　　まず、全標本に対して適用計算を行う。すべてのケースで平均よりも分散の方が大きいのでモデル分布に負の二項分布を採用する。この全標本に対する適用結果は表１のようになる。表では、信頼度以外はχ^2－値で表してある。また、信頼度の単位は％である。表１より、以下のことがわかる。

① 周辺分布のχ^2－値は、ケース１、ケース３ではともに基準値を下回り、適合はよい。ケース２では綾南のχ^2－値が基準値を超え、適合はよくない。② 同時分布のχ^2－値は、ケース１、ケース２では基準値を超え、適合はよくない。ケース３では基準値を下回り、適合がよい。③ 同時分布の信頼度は、ケース１、ケース２では５％より小さく、適合はよくない。ケース３では５％より大きく、適合はよい。④ 同時分布・周辺分布ともに最尤法の推定結果は積率法よりχ^2－値が小さく、適合はよい。

（２） 上尾データを削除した場合　ところで、上尾データには頻度は小さいが積率に大きな影響を及ぼすものが含まれる場合がよくある。そこで、上尾データを削除した場合の適合計算を行う。ケース１とケース２は上限を５まで、ケース３は上限を２まで、１づつ上限を減らしていく。モデル分布は、ケース３の上限が２、３の時に正の二項分布、それ以外の場合は負の二項分布を採用する。この適用結果は以下のようになる。

① 周辺分布のχ^2－値は、ケース１ではほぼ基準値を下回り、適合はよい。また、上限が８の付近で最小になる。ケース２では、上限が小さくなるに従って、綾北のχ^2－値は大きく、綾南のχ^2－値は小さくなる。上限が８、９の時のみ基準値を下回り、それ以外の時は適合がよくない。ケース３では、すべての上限で基準値を下回り、適合はよい。② 同時分布のχ^2－値は、ケース１、ケース２では基準を超え、適合はよくない。ケース３では、上限が３の時かなり大きなχ^2－値になり、適合していない。それ以外の上限では基準値を下回り、適合はよい。なお、①，②より、適合結果を表２にまとめる。③ 同時分布の信頼度は、ケース１では２％～１０^{-5}％程度、ケース２では１０^{-4}％～１０^{-7}％程度になり、ともに適合はよくない。ケース３では上限が３以外の時に５％を超え、適合はよい。④ 積率法、最尤法により推定したχ^2－値を比較すると、図１のようになる。なお、図中の○はケース１、△はケース２、□はケース３におけるχ^2－値を示す。よって、すべてのケースにおいて最尤解は積率解よりχ^2－値が小さく、適合がよい。⑤ 上尾データを削った結果、ケース１では上限が５、６の時に、ケース２では１４～１６の時に、ケース３では４の時に最も大きな信頼度がえられ、適合がよい。

表１　全標本に対する適合結果

		ケース	１	２	３
積率法	周辺	基準値	９．５	９．５	６．０
		綾北	５．１	４．４	３．６
		綾南	５．２	２０．５	３．６
	同時	基準値	６１．７	５１	２１
		χ^2-値	８７．９	１０７	２０．３
		信頼度	０．０１	０．００	６．１
最尤法	周辺	基準値	９．５	９．５	６．０
		綾北	２．９	６．０	２．５
		綾南	３．０	１４．０	３．６
	同時	基準値	５８．１	４６．２	２１
		χ^2-値	６２．５	９０	１７．２
		信頼度	２．１５	０．００	１４．４

表２　ケース別、周辺・同時分布別の適合結果

	周辺分布	同時分布
ケース１	良	不良
ケース２	不良	不良
ケース３	良	可

良：適合がよい
可：適合はあまりよくない
不良：適合はよくない

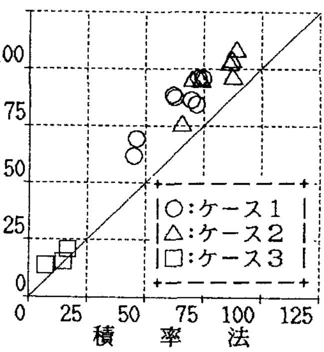

図１　積率法・最尤法のχ^2－値の比較

したがって、３ケースのうちケース３が最も適合がよく、母数推定では最尤法が優れているといえる。

４．　むすび

本研究では、同時分布における形状母数、上限母数、相関母数を一括して推定する方法を提示したが、その適合性検定や適合データの選別など未解決の問題も多く、今後この方向で研究を進めていく。

参考文献：長尾・小西・鈴木、２変数異方性離散分布による渇水期水文量の確率モデル化、水工学論文集、第３７巻、１９９３、ｐｐ．５１－５６