II-66　カルマンフィルタによる洪水流出予測の誤差に関する一考察

東京電力　正会員　真保　敏一
早稲田大学大学院　栗崎 夏代子
早稲田大学理工学部　正会員　鮏川　登
大林組　山下　徹

1 はじめに　カルマンフィルタにより洪水流出量を予測する場合には、洪水流出モデルの誤差、カルマンフィルタの線形化の誤差、雨量の予測誤差、流量の観測誤差などによる誤差が含まれる。ここでは、洪水流出予測誤差におよぼす雨量予測誤差の影響について検討した結果について述べる。

2 Prasadの流出モデル　カルマンフィルタにより洪水流出量を予測する場合には、状態方程式として洪水流出モデルが用いられる。ここでは、洪水流出モデルとしてPrasadの流出モデル[1)]を用いる。Prasadの流出モデルは

連続方程式：　$$\frac{ds}{dt}=f\cdot r-q \qquad (1)$$

貯留方程式：　$$s=k_1q^p+k_2\frac{dq}{dt} \qquad (2)$$

で構成される。ここで、sは貯留高、fは流出率、rは雨量、qは流出高、k_1,k_2およびpは係数である。

式(2)を式(1)に代入すると、

$$k_2\frac{d^2q}{dt^2}+k_1pq^{p-1}+q=f\cdot r \qquad (3)$$

となる。流出モデルのパラメータf,k_1,k_2およびpの値が与えられているものとすると、式(3)を解くことにより雨量$r(t)$に対する流出高$q(t)$を求めることができる。

変数変換

$$x_1=q\ ,\ x_2=\frac{dq}{dt}=\frac{dx_1}{dt}\ ,\ \frac{dx_2}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2} \qquad (4)$$

を行うと、式(3)は次のようになる。

$$\frac{dx_1}{dt}=x_2\ ,\ \frac{dx_2}{dt}=-\frac{k_1}{k_2}px_1^{p-1}x_2-\frac{1}{k_2}x_1+\frac{f\cdot r}{k_2} \qquad (5)$$

式(5)の１階常微分方程式はRunge-Kutta法により数値解を求めることができる。

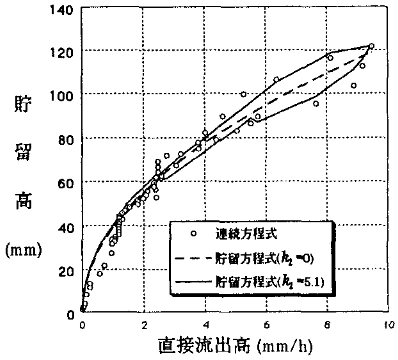


図1　流出高qと貯留高sの関係

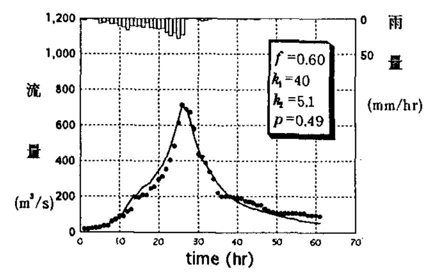


図2　流出計算結果

Prasadの流出モデルの適用例として、f=0.60, k_1=40, k_2=5.1, p=0.49として東京都の多摩川小河内ダム流域（流域面積263km^2）の流出計算を行った場合の貯留高sと流出高qの関係を図１に、流量ハイドログラフを図２に、それぞれ、観測値と比較して示した。図２によると、パラメータの値を適当に決めることができれば、Prasadの流出モデルにより精度よく洪水流出計算が行えることがわかる。

3　拡張カルマンフィルタによる洪水流出予測　Prasadの流出モデルを用い、状態変数を$x_1=q$、$x_2=dq/dt$、$x_3=r$とすると、状態方程式は次のようになる。

$$x_1(k+1)=x_1(k)+x_2(k)\Delta t+v_1(k) \qquad (6)$$

$$x_2(k+1)=\left[1-\frac{k_1}{k_2}p\{x_1(k)\}^{p-1}\Delta t\right]x_2-\frac{\Delta t}{k_2}x_1(k)+\frac{f\cdot r}{k_2}\Delta t+v_2(k) \qquad (7)$$

$$x_3(k+1)=x_3(k)+v_3(k) \qquad (8)$$

ここで、$v(k)$はシステム誤差（$v_3(k)$は雨量の予測誤差）である。

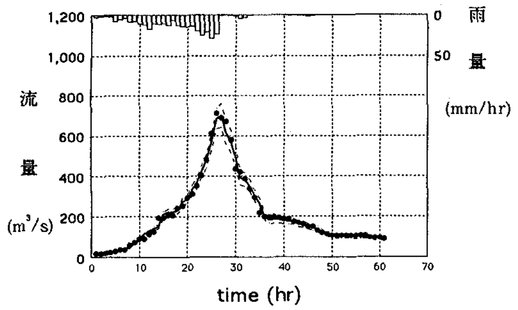
観測変数はx_1だけであるとすると、観測方程式は次のようになる。

$$y_1(k)=x_1(k)+w_1(k) \qquad (9)$$

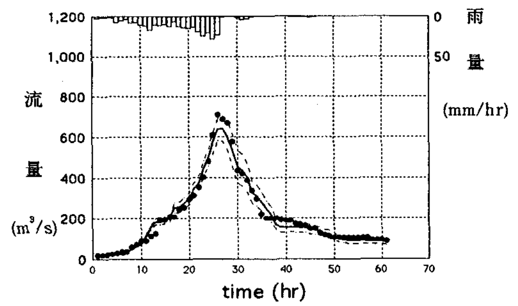
ここで、$y_1(k)$は流出高の観測値、$w_1(k)$は流出高の観測誤差である。

カルマンフィルタにより洪水流出を予測するためには雨量を予測することが必要である。最近ではレーダ雨量計による雨量予測が行われているが、ここでは簡単のために、観測雨量が予測されたとした場合

と1～3時間前の平均雨量が降るものとして雨量を予測した場合について、図2と同じ出水に対して、それぞれ、1時間先および3時間先の洪水流出量を拡張カルマンフィルタ[2]を用いて予測した結果を図3および図4に示す。図3および図4によると、観測雨量を用いた場合より予測雨量を用いた場合の方が、流量の予測値（期待値）の精度が悪くなり、予測値の分散も大きくなることがわかる。

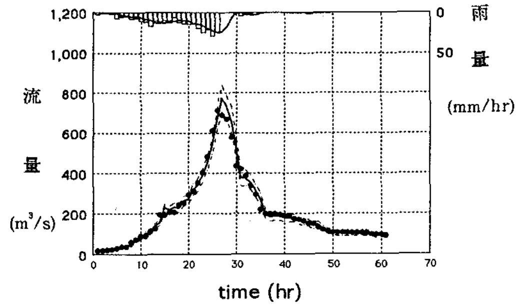


(a) 1時間先

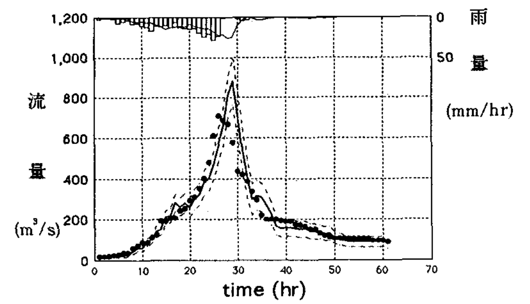


(b) 3時間先

図3　観測雨量による洪水流出予測例



(a) 1時間先



(b) 3時間先

図4　予測雨量による洪水流出予測例

4 洪水流出予測誤差におよぼす雨量予測誤差の影響　東京都の多摩川の小河内ダム流域のデータを用いて、洪水流出量を予測する際に、観測雨量を用いる場合と1～3時間前の平均雨量が降るものとして予測した雨量を用いる場合の推定流量の差σ_Qと観測雨量と予測雨量の差σ_rの関係を示すと、図5のようになる。ここで、σ_Q、σ_rはそれぞれ次式で与えた。

$$\sigma_Q=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(Q_i-\hat{Q}_i\right)^2}\Big/\sum_{i=1}^{n}Q_i\ ,\quad \sigma_r=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(r_i-\hat{r}_i\right)^2}\Big/\sum_{i=1}^{n}r_i \quad (10)$$

ここで、Q_iは観測雨量r_iを用いるときの推定流量、$\hat{Q}_i$は予測雨量$\hat{r}_i$を用いるときの推定流量、nはデータの個数である。

図5によると、σ_rが大きくなるとσ_Qが大きくなる傾向がみられる。

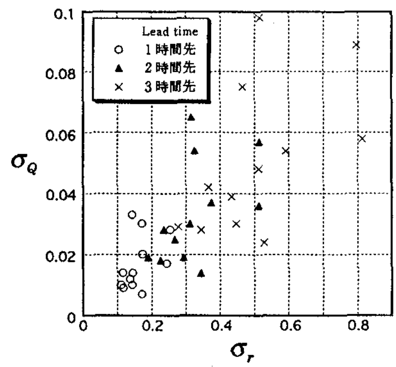


図5　雨量予測誤差σ_rと洪水流出予測誤差σ_Qの関係

謝辞　本研究の遂行にあたり貴重な資料を提供して下さいました東京都土木研究所和泉清氏および関係各位に謝意を表します。

参考文献　1) Prasad,R : A Nonlinear Hydrologic System Model, Proc. of ASCE, vol.93, No.HY4, pp.201～221, 1967.
2) 片山徹：応用カルマンフィルタ，朝倉書店，pp.71～89, 1983.