

II-PS 1

フラクタル次元解析による降雨の時空間特性の解析

九州大学工学部 正員 森山 聡之
九州大学工学部 正員 平野 宗夫
大分県 安道 竜也

1. はじめに 降雨の時空間特性を明らかにすることにより、降雨予測の精度の保証が可能となる。本研究では、フラクタル次元解析を用いて降雨の時空間特性を求めその予測可能な時空間スケールを求めることを試みた。
2. フラクタル理論 Mandelbrotが提示した、時空間分布するフラクタルを表す関数が、非整数ブラウン運動であり、次式で定義される。

$$B_H(x) = I^{H-1/2}(B(x)) \quad (1)$$

$$= \frac{1}{\Gamma(H+1/2)} \int_{-\infty}^x (x-y)^{H-1/2} dB(y)$$

この関数には次のような自己相似性の特徴がある。

$$B_H(x+k\Delta x) - B_H(x) = k^H \{B_H(x+\Delta x) - B_H(x)\} \quad (2)$$

ここで、 $B_H(x)$:非整数ブラウン運動、 I :積分演算子で指数は積分の階数、 H :Hurst数、 Γ :ガンマ関数、 y :積分変数、 Δx :増分、 k :任意の実数である。

この $B_H(x)$ を降雨強度 R に用いて、次の関係式が定義される。

$$E\{[R(s) - R(t)]^2\} = V_H \|s - t\|^{2H} \quad (3)$$

$$D = D_T + 1 - H \quad (4)$$

ここで $E[\cdot]$:期待値(分散)、 s, t :レーダ観測範囲内の任意の二地点の位置、あるいは、定点時系列内の任意の二時刻、 $\|s - t\|$: s, t 間の距離、 V_H : H によって決る定数、 D :フラクタル次元、 D_T :位相次元である。(3)式が示すのは、二点間での降雨強度の差の期待値が、二点間の距離の $2H$ 乗に比例するということである。つまり、二点間の降雨強度の差は、距離だけに依存し、向きは関係ない。すなわち、等方的であるということである。また、もし $H \equiv 0$ ならば、距離とは関係ないということになる。本研究では、非整数ブラウン運動の概念を用いるフラクタル解析として、(3)、(4)式を用いて降雨の時空間分布のフラクタル次元を導出した。

3. レーダ雨量 建設省九州北部レーダ(福岡・大分県境釈迦岳)と川崎市下水道局のレーダ(川崎市栗木台)により観測されたデータを用いた。このレーダのデータは極座標メッシュでレーダサイトから半径120kmが観測範囲である。空間解像度は、九州北部レーダが半径方向3km、角度方向 2.8125° であるのに対し、川崎市のレーダは半径方向0.5kmまたは1.0km、角度方向 1.40625° 、空間解像度は九州北部レーダが5分川崎市のレーダは2.5分である。図-1は九州北部レーダの観測例である。今回、フラクタル次元解析に使用したのは、九州北部レーダは1988年5月3日11時05分～5月4日03時00分の観測データで、川崎市レーダは1991年10月7日00時00分～23時00分の観測データである。

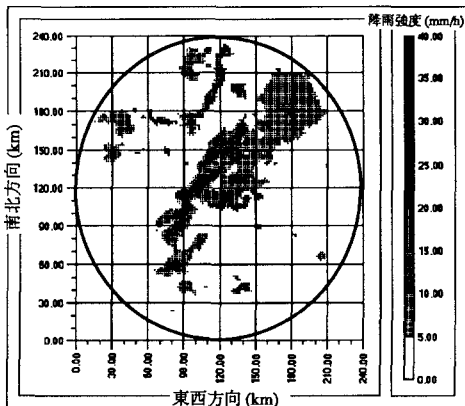


図-1 九州北部レーダ '88 5/3 12:25 観測

降雨の時空間分布のフラクタル解析は、今回は九州北部レーダ観測範囲内の20地点について、その時系列(時間間隔5分、192ステップ)の非整数ブラウン運動による解析を行った。その結果の一例を図-4(セクタ8, レンジ14)、図-5(セクタ61, レンジ27)に示す。

4. 降雨の空間分布のフラクタル解析結果

空間分布の計算は非整数ブラウン運動の概念を用いて解析を行った。先に述べた期間のうち、層状性降雨について5例、対流性降雨5例について計算を行った。九州北部レーダの計算結果の一例を図-2に示す。その結果、層状性降雨・平均2.74、対流性降雨・平均2.69となった。川崎市レーダの計算では、データ数が大きいので階層分け計算を行った。その結果を図-3に示す。これによれば横軸の値が①ほぼ0km～10km、②10km～100kmで二つの部分に分かれ、①の部分では $D=2.67$ と、九州北部レーダに近い値となった。そしてこのような傾きの異なる二つの部分に分かれるのは①の範囲と、②の範囲では別のフラクタル構造が存在するからであると思われる。

5. 降雨の時間分布のフラクタル解析

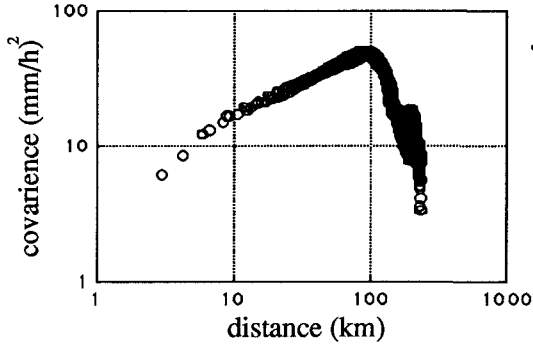


図-2 九州北部レーダ12:25

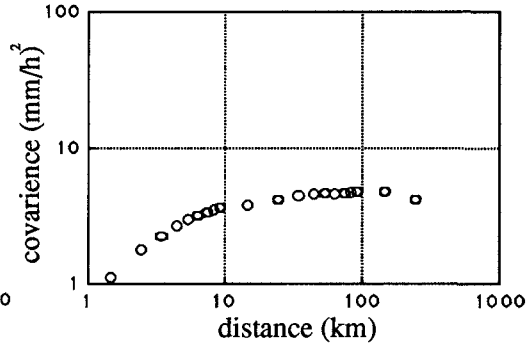


図-3 川崎市レーダ 01時

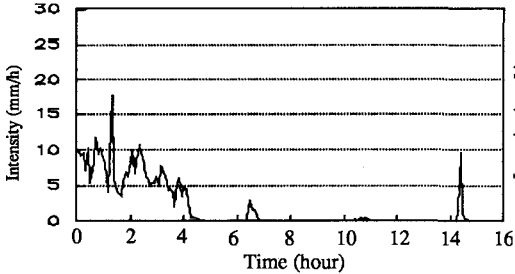


図-4(a)降雨強度の時間変化

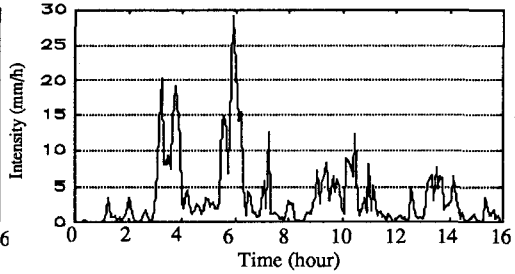


図-5(a)降雨強度の時間変化

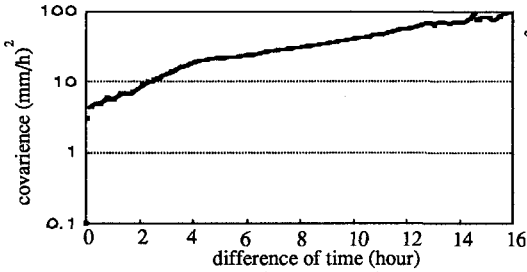


図-4(b)非整数ブラウン運動

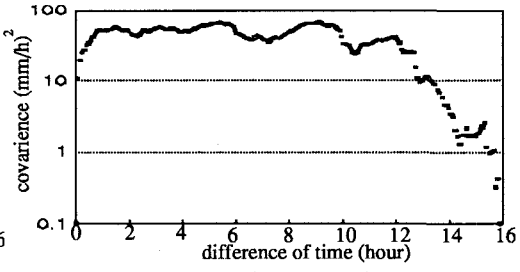


図-5(b)非整数ブラウン運動

計算結果は、 H の値は $0 < H < 0.5$ の範囲をとり、空間分布のときのように一定値になるということとはなかった。そして、グラフの典型的な傾向として、ある範囲では降雨強度の差は時間差の $2H$ 乗に比例して増大し、その次に、 $H \approx 0$ となり、強度差と時間差の間には何の関係もないようになる。そして、雨の降っているステップが多く、降雨強度の変動が激しいものほど $H \approx 0$ (すなわち、 $D \approx 2.0$)である区間が長かった。即ちフラクタル次元 D は $1.0 < D < 2.0$ の範囲をとる。フラクタル次元が1.0に近いほど、不規則性が少ないということであり、予測可能性は高く、2.0に近いほど低い。この解析で、最初の数10分では $D < 2.0$ で、程度時間が経過した段階では $D \approx 2.0$ となるということは、十分時間が経過すると予測が非常に困難になるということである。そして、各地点で、 $D < 2.0$ である範囲が異なるのは降雨域が定常でない、つまり降雨域盛衰によるものと思われる。

6. 結論 フラクタル次元解析による降雨時系列の解析により数10分程度以上の降雨の予測には過去の降雨情報だけでは不可能であることがわかった。今後は降雨情報のみならず、他の気象情報からの情報も含めた短時間降雨予測を行う必要がある。

参考文献

- 1) Lovejoy, S. : Area-Perimeter Relation for Rain and Cloud Areas. :Science 216, pp185-187, 1982 .
- 2) LOVEJOY, S. and B. B. MANDELBROT : Fractal properties of rain, and a fractal model. : Tellus 37A, pp209-302, 1985.

謝辞

本研究を遂行するにあたり東京都水道局の小川進氏に多くの協力を頂いた。また、本研究は土木学会衛生工学委員会「下水道の雨水対策の向上化に関する調査研究小委員会」の一環としても行われたもので、関係各位特にレーダデータをご提供頂いた川崎市下水道局の大川係長を始めとする諸氏に厚く御礼申し上げる次第である。