

中間ダイアフラムを有する箱形断面薄板集成構造物の  
有限三角級数解析について

群馬工業高等専門学校 正 員 ○ 末武義崇  
正 員 平嶋政治

### 1. まえがき

近年、大型電子計算機の発達に伴って、薄肉構造物の解析に際し、各構成要素を全て薄板とみなして解析することが多くなってきている。しかしながら、そうした解析の大部分が数値解析的な手法に基づくものであり、解析解を得ようとした試みは少ない。本報告では、箱形断面を有する薄板集成構造物の解析にあたり、中間ダイアフラムを含む全ての薄板部材に薄板理論を適用し、有限三角級数解析の手法に従って解析解を求めることを試みる。また、薄板理論と有限三角級数とを組み合わせた解析的なアプローチが、箱形断面薄板集成構造物の解析に適用可能であることを示すために、具体的な数値例を提示し、解の数値的な収束状況や、ダイアフラムの変形挙動に対する影響について検討を行なった。

### 2. 解析方法

本報告では、各薄板部材の解析に当たり、部材毎の面内変位 $u^{(r,q)}, v^{(r,q)}$  および面外変位 $w^{(r,q)}$  を、2方向に展開した有限三角級数で表すことにする。面外変位 $w^{(r,q)}$  を例にとって示せば次式のとおりである。

$$w^{(r,q)} = \sum_{m=1}^M W_m^{(r,q)}(y_q) \exp\left(i\lambda_m^{(r)} x_r\right) + \sum_{n=1}^N W_n^{(r,q)}(x_r) \exp\left(i\mu_n^{(q)} y_q\right); \lambda_m^{(r)} = \frac{2m\pi}{a_r}, \mu_n^{(q)} = \frac{2n\pi}{b_q} \quad (1)$$

ここに、 $a_r$  および  $b_q$  は、薄板部材の各辺の長さである。また、本報告では、箱桁全体が  $(L-1)$  個の中間ダイアフラムによって仕切られた  $L$  個の区間よりなると考え、第  $r$  区間に位置する薄板部材を  $(r, q)$  (但し、 $q=1\sim 4$ ) で表し、中間ダイアフラムに相当する部材を  $(r, 0)$  で表すことにする。

式(1)および面内変位に関する同様の式を薄板理論の基礎方程式に代入し、得られた常微分方程式を解けば、1個の薄板部材につき合計で  $16(Mr+Nq+1)$  個の任意定数を含む一般解が導かれる。従って、箱桁モデル全体で生ずる未知量の総数は、 $16\{4\sum_{r=1}^L Mr + (3L-1)(N_1+N_2) + (5L-1)\}$  個となる。これらの任意定数は、各薄板部材間の境界条件(以下、「接合条件」)および桁端部の境界条件を適用することで決定することができる。各接合辺において適用すべき境界条件は、表1にまとめた6種類の条件に分類される。

薄板の基礎方程式と式(1)とから得られた前述の一般解を、表1に示された接合条件式および桁端部の境界条件式に代入し整理すれば、任意定数を決めるための決定方程式を導くことができる。但し、その際以下に述べるような、級数の和の順序の交換を伴った整理が必要となる。式(1)と同様に、薄板部材  $(r, q)$  のたわみの表示を例にとって説明する。接合辺  $x_r=a_r/2$  におけるたわみの表示は、概略次式の通りである。

$$\begin{aligned} w^{(r,q)}|_{x_r=a_r/2} = & A_{0,1}^{(r,q)} + \frac{a_r}{2} A_{0,2}^{(r,q)} + A_{0,3}^{(r,q)} y_q + \dots \\ & + A_{0,8}^{(r,q)} \left\{ (a_r/2)^4 - y_q^4 \right\} + \frac{P^{(\zeta_0^{(r,q)})}}{64 D_{r,q}} \left\{ \frac{a_r^2}{4} + y_q^2 \right\}^2 + \sum_{m \neq 0} (-1)^m \frac{P^{(\zeta_0^{(r,q)})}}{\lambda_m^{(r)4} D_{r,q}} \\ & + \sum_{n \neq 0} (-1)^n \left\{ \left( A_{m,1}^{(r,q)} + A_{m,2}^{(r,q)} y_q \right) \cosh\left(\lambda_m^{(r)} y_q\right) + \left( A_{m,3}^{(r,q)} + A_{m,4}^{(r,q)} y_q \right) \sinh\left(\lambda_m^{(r)} y_q\right) \right\} \\ & + \sum_{n \neq 0} \left\{ \dots + \frac{P^{(\zeta_n^{(r,q)})}}{\mu_n^{(q)4} D_{r,q}} + \sum_{m \neq 0} \frac{(-1)^m P^{(\zeta_n^{(r,q)})}}{(\lambda_m^{(r)2} + \mu_n^{(q)2})^2 D_{r,q}} \right\} \exp\left(i\mu_n^{(q)} y_q\right) \end{aligned} \quad (2)$$

表1. 接合条件の分類

| 1) 変形の適合条件                                            | 2) 力のつりあい条件                                           |
|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| ① 交角の直交性保持<br>② たわみと軸直角方向<br>面内変位との連続<br>③ 軸方向面内変位の連続 | ④ モーメントのつりあい<br>⑤ 有効せん断力と<br>膜力とのつりあい<br>⑥ せん断膜力のつりあい |

ここに、 $P_n^{(q)}$  は、荷重関数を Fourier 2重級数展開したときに得られる Fourier 係数である。接合条件の適用に当たり、式(2)における  $y_q$  のべきおよび双曲線関数を Fourier 展開し、和の順序の交換を行なった式を用いれば、指数関数  $\exp(iu^q y_q)$  の係数比較によって、前述の未知量総数と同数の任意定数決定方程式を誘導することができる。

### 3. 解析モデル

数値計算例として、図1に示したような中間ダイアフラムを有する箱桁の解析を行なった。解析モデルの寸法は、 $l/h=2$ 、 $h/t=b/t=100$  ( $t$ : 板厚) とした他、ダイアフラムの板厚については、 $0.5t$  または  $3t$  とした。材料定数の値は Young 率  $E=2.06 \times 10^5$  [MPa]、Poisson 比  $\nu=0.3$  である。荷重は、図1に示したようなねじり荷重であり、 $\bar{P}=9.8$  [kN] とした。桁両端に位置する薄板部材境界辺の境界条件は、全て固定支持(3方向変位および傾斜角を零)とした。

### 4. 解析結果

解析結果を図2～図4に示す。図2は、式(1)で例示した有限三角級数解の収束状況を示すものであり、横軸に級数の項数を、縦軸に次式で定義される収束判定値  $\varepsilon$  をそれぞれとって表した。

$$\varepsilon \equiv |w_{N+1} - w_N| / |w_N| \quad (3)$$

ここに  $w_N$  は、図1における点AのZ方向変位である。また、図2の結果は、中間ダイアフラムの厚さ  $t_d$  が、 $t_d=0.5t$  となるモデルの結果である。図2から明らかなように、項数の増大と共に、三角級数解の数値的変動が急激に減少し、解が数値的に収束する傾向にあることがわかる。特に、級数の項数が  $M_r=N_q \geq 5$  となると、解の数値的変動はほぼ数パーセントの範囲内に抑えられる。

図3は、桁モデル全体の変形モードを拡大して示したものである。比較対象として、ダイアフラムを有しない無補剛のモデルの結果についても示した。ダイアフラム付きのモデルに関しては、ダイアフラム厚を  $t_d=3t$  とした。両者の結果を比較すると、無補剛のモデルが全体的に変形しているのに対し、中間ダイアフラムを有するモデルでは、変形が載荷点近傍の局所的な部分に限られているようすが観察される。同様の結果が、図4に示したB-B'断面の断面変形モードからも得られる。すなわち、中間ダイアフラムの存在によって、桁の断面変形が抑制されているようすが認められる。

### 5. まとめ

前項で示した数値計算例から、中間ダイアフラムを有する箱桁の解析に関し、式(1)のような2方向に展開した有限三角級数を用いることにより、定量的かつ定性的に妥当な解が得られることがわかった。

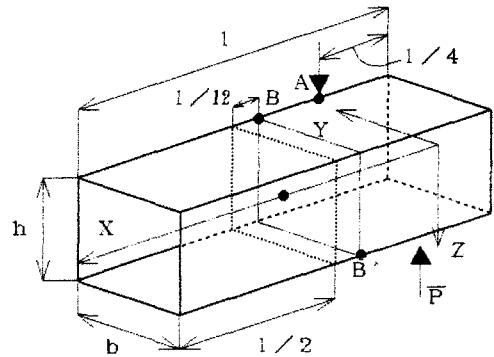


図1. 解析モデルの全体図

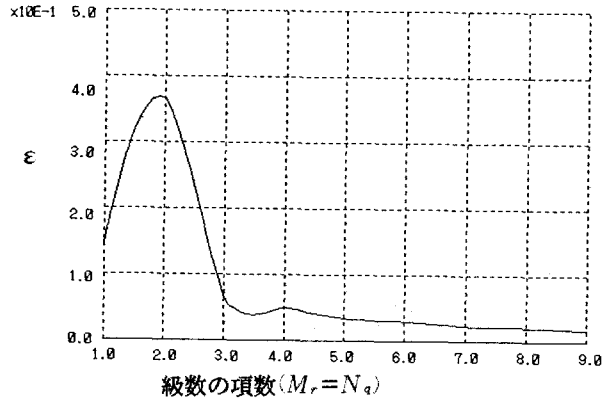


図2. 級数解の収束状況

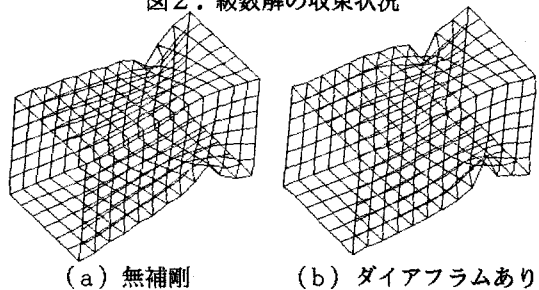


図3. 桁モデル全体の変形モード

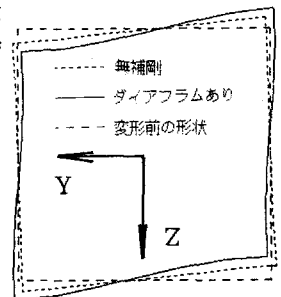


図4. 断面変形モード