

長崎大学 工学部 正 員 ○森田千尋

長崎大学 工学部 正 員 松田 浩

長崎大学 工学部 正 員 崎山 毅

長崎大学 工学部 学生員 田頭直幸

1. まえがき

偏平シェルは、限られた荷重条件の場合には、板に作用する応力は大部分が圧縮膜応力状態となり、平板に比べて経済的で、大スパン構造に適している。しかしながら、偏平シェルは、周辺の推力も大きくなり、周辺の支持条件により、その挙動も左右されるものと考えられる。本研究は、周辺を弾性拘束支持された偏平シェルの力学的特性を調べるために、既に提示した平板の一離散化手法 1)、2) を偏平シェルに拡張適用し、偏平シェルの幾何学的非線形解析を行い、周辺の支持条件の差異による偏平シェルの非線形挙動を明らかにする。

2. 偏平シェルの基礎微分方程式およびその離散解

曲面の x, y 方向の曲率を k_x, k_y 、ねじれ率を k_{xy} とし、これらがあまり小さくなく、投影形状が矩形の曲面を考えると、せん断変形の影響を考慮した偏平シェルの曲げに関する増分形の基礎微分方程式は次式のように表せる。

$$\frac{\partial \Delta N_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta N_{xy}}{\partial y} - k_x \Delta Q_x = 0 \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial \Delta N_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta N_{xy}}{\partial x} - k_y \Delta Q_y = 0 \quad (1-2)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta Q_y}{\partial y} + \left[k_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \Delta N_x + \left[k_y + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \Delta N_y + 2 \left[k_{xy} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \Delta N_{xy} + \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x^2} N_x + \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial y^2} N_y + 2 \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x \partial y} N_{xy} + \Delta N_c + \Delta q = 0 \quad (1-3)$$

$$\frac{\partial \Delta M_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta M_{xy}}{\partial y} - \Delta Q_x = 0 \quad (1-4)$$

$$\frac{\partial \Delta M_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta M_{xy}}{\partial x} - \Delta Q_y = 0 \quad (1-5)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_x}{\partial x} = \frac{1}{D(1-\nu^2)} (\Delta M_x - \nu \Delta M_y) \quad (1-6)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_y}{\partial y} = \frac{1}{D(1-\nu^2)} (\Delta M_y - \nu \Delta M_x) \quad (1-7)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \theta_y}{\partial x} = \frac{2}{D(1-\nu)} \Delta M_{xy} \quad (1-8)$$

$$\frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \Delta \theta_x = \frac{1}{\kappa G h} \Delta Q_x \quad (1-9)$$

$$\frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \Delta \theta_y = \frac{1}{\kappa G h} \Delta Q_y \quad (1-10)$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial x} - k_x \Delta w + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \Delta W_{xc} = \frac{1}{E h} (\Delta N_x - \nu \Delta N_y) \quad (1-11)$$

$$\frac{\partial \Delta v}{\partial y} - k_y \Delta w + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \Delta W_{yc} = \frac{1}{E h} (\Delta N_y - \nu \Delta N_x) \quad (1-12)$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial \Delta v}{\partial x} - 2 k_{xy} \Delta w + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \Delta W_{xyc} = \frac{2(1+\nu)}{E h} \Delta N_{xy} \quad (1-13)$$

ここに、 Δ : 断面力および変形量の増分、 $q = q(x, y)$: 鉛直方向荷重強度、 $D = D(x, y) = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$: シェルの曲げ剛度、 E : 弾性係数、 $h = h(x, y)$: シェル厚、 ν : ポアソン比、 $G = E/[2(1+\nu)]$: せん断弾性係数、 $\kappa = 5/6$: せん断修正係数、 $\Delta N_c, \Delta W_{xc}, \Delta W_{yc}, \Delta W_{xyc}$: 各荷重段階における不平衡力および非線形項式(1-1)~(1-13)において、無次元量 $X_1 \sim X_{13}$ および η, ζ

$$X_1 = a^2 Q_y / [D_0(1-\nu^2)], X_2 = a^2 Q_x / [D_0(1-\nu^2)], X_3 = a M_{xy} / [D_0(1-\nu^2)], X_4 = a M_y / [D_0(1-\nu^2)], X_5 = a M_x / [D_0(1-\nu^2)], X_6 = \theta_y, X_7 = \theta_x,$$

$$X_8 = w/a, X_9 = v/a, X_{10} = u/a, X_{11} = a^2 N_{xy} / [D_0(1-\nu^2)], X_{12} = a^2 N_y / [D_0(1-\nu^2)], X_{13} = a^2 N_x / [D_0(1-\nu^2)], \eta = x/a, \zeta = y/a,$$

a, b : 偏平シェルの矩形Baseの辺長、 $\mu = b/a$, h_0 : 基準シェル厚、 $D_0 = Eh_0^3/[12(1-\nu^2)]$: 基準シェル剛度を導入し無次元化後、領域 $[i, j]$ において面積分することにより積分方程式に変換し、次に積分方程式の近似解法を応用すると、偏平シェルの任意の離散点における解析的近似解は次式のように求められる。

$$\Delta X_{pij} = \sum_{d=1}^{10} \left\{ \sum_{k=0}^i a_{pijkd} \Delta X_{rk0} + \sum_{l=0}^j b_{pijld} \Delta X_{sl} \right\} + \Delta q_{pij} \quad (2)$$

式(2)の導入過程については、文献 1)、2) を参照されたい。

3. 数値解析結果

数値解析例として、図1に示すような、周辺を水平方向変位と回転の両方に対して弾性拘束支持された偏平シェルの幾何学的非線形解析を行った。境界条件は次の通りである。

$$\begin{aligned} x=0 \text{ 上において} \quad & M_x = K_r \theta_x, \quad \theta_y = 0, \quad w = 0, \quad v = 0, \quad N_x = K_h u \\ y=0 \text{ 上において} \quad & M_y = K_r \theta_y, \quad \theta_x = 0, \quad w = 0, \quad u = 0, \quad N_y = K_h v \\ x=a/2 \text{ 上において} \quad & Q_x = 0, \quad M_{xy} = 0, \quad \theta_x = 0, \quad u = 0, \quad N_{xy} = 0 \\ y=b/2 \text{ 上において} \quad & Q_y = 0, \quad M_{xy} = 0, \quad \theta_y = 0, \quad v = 0, \quad N_{xy} = 0 \end{aligned}$$

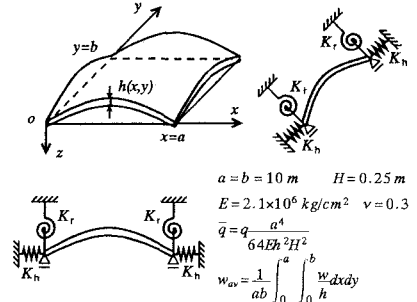


図2および3に、回転拘束 $\bar{K}_r (= aK_r/[D\alpha(1-\nu^2)])$ を零とし（単純支持）、水平方向変位の拘束 $\bar{K}_h (= a^3K_h/[D\alpha(1-\nu^2)])$ を種々変化させた場合の荷重～たわみ曲線、および座屈荷重曲線を示す。さらに、図4および5に、水平方向変位の拘束 $\bar{K}_h$ を ∞ にとり（ピン支持）、回転拘束 $\bar{K}_r$ を種々変化させた場合の荷重～たわみ曲線、および座屈荷重曲線を示す。最後に数値計算を行って戴いた大学院生、鈴木尉浩君に謝意を表します。

[参考文献] 1) 崎山毅, 松田浩: 変厚矩形板の曲げの一解析法, 土木学会論文報告集, 第338号, pp.21-28, 1983.

2) 森田千尋, 崎山毅, 松田浩: 矩形板の幾何学的非線形問題の一解析法, 構造工学論文集, vol.37A, pp.279-286, 1991.

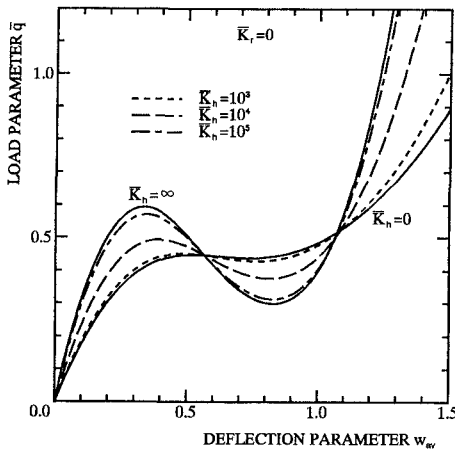


図2 E.P.SHELLの荷重～たわみ曲線 ($\bar{K}_r=0$)

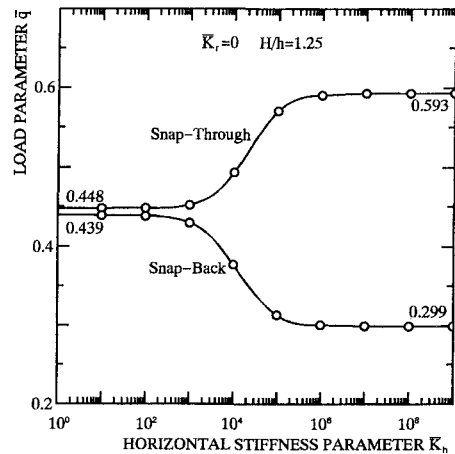


図3 水平方向変位の拘束による座屈荷重の変化

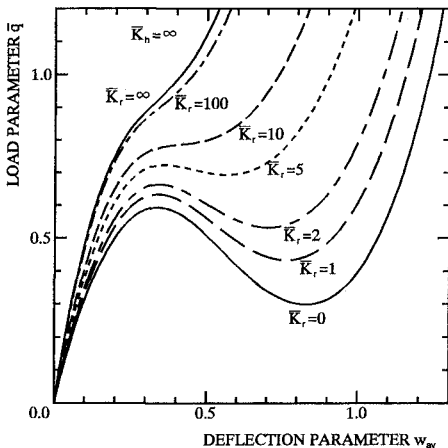


図4 E.P.SHELLの荷重～たわみ曲線 ($\bar{K}_h=\infty$)

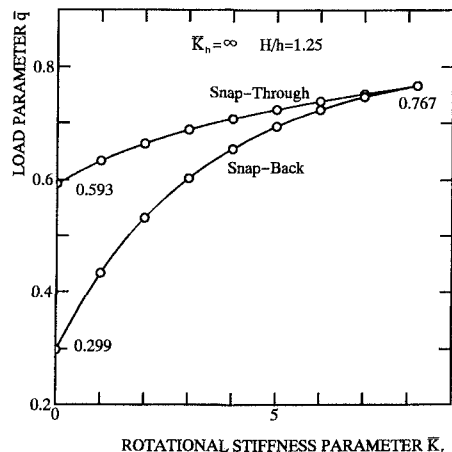


図5 回転拘束による座屈荷重の変化