土木学会第48回年次学術講演会（平成５年９月）

I - 641　ボロノイ多角形を用いたRBSMの要素自動分割について

明星大学　正員　竹内　則雄
長　大　　正員　古谷　　隆
非線形力学研究所　山田　俊雄

1．はじめに

RBSM（川井モデル）による非線形問題の解析において、多角形要素がよく用いられている。そこで、著者らは多角形要素としてボロノイ多角形に着目した。ボロノイ多角形は、図１に示すよう、平面上にあるN個の基準点を三角形の頂点としてDelauney三角網を形成し、各Delauney三角形の外心点を結ぶことで得られる。RBSMでは垂線による差分近似が用いられるが、ボロノイ多角形を用いると、境界辺に対して直交した垂線が得られ、計算上都合がよい。

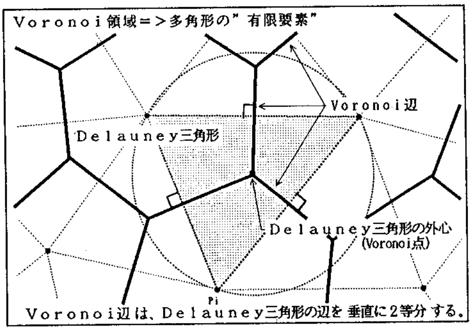


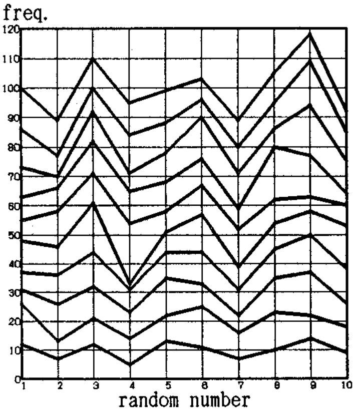
図１　ボロノイ領域とDelauny三角形

ボロノイ多角形の作成を手作業で行うのは困難であるため、基準点の配列に計算機で生成した自然乱数（擬似乱数）を用いる自動メッシュ分割システムを開発した。本報告では、部分格子を用いた効率的な要素生成法と、得られた要素分割の幾何学的特性について述べる。

2．疑似乱数の特性

乱数の生成には線形合同法を用いた。計算機で生成した乱数は疑似乱数であり、一様乱数とはなっていない。一方、要素分割はこの乱数点をもとに行われるため、要素分割に乱数の影響が現れる。そこで、はじめに乱数の一様性を検討した。

図2は１から10までの整数の乱数を発生させ、横軸に乱数値、縦軸に発生回数にに応じた頻度をとったものである。頻度の多い乱数値、頻度の少ない乱数値が発生回数により変わることはなく常に特定の値となっている。次に、乱数の分布を定量的に判断するため、乱数のフラクタル性を検討した。まず、乱数が分布する正方形領域を格子状に分割する。正方形領域の一辺の長さを(L)格子の一辺の長さを（1）とする。格子サイズを（1/L）とし横軸に、乱数点を含む格子の頻度を縦軸にとり両対数グラフにプロットしたものが図３である。この時に現れた傾きの絶対値がフラクタル次元となる。乱数点が500点以上になるとフラクタル次元を現す回帰直線が引ける状態になり、乱数の分布がフラクタル性をもつことが理解できる。



サンプル数：1000

図２　乱数値と頻度（累積）

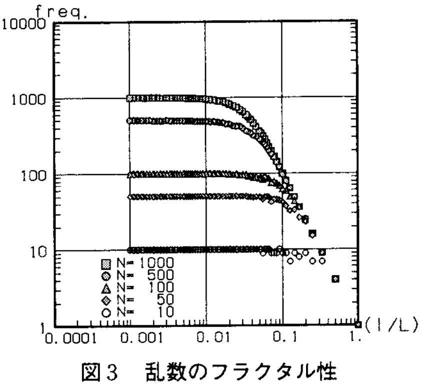


図３　乱数のフラクタル性

３．ボロノイ多角形の特性

線形合同法による 500 点の乱数を母点として自動メッシュ分割を行った結果を図４に示す。

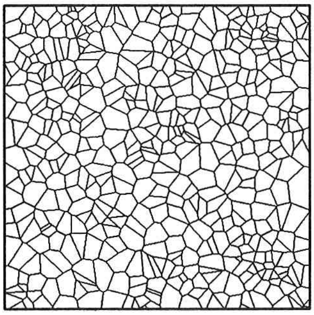


図４　500 点の乱数を用いた要素分割結果

次に、ボロノイ多角形を用いた要素特性を検討するため領域面積を全要素数で割った面積を１として横軸に、その頻度を全要素数に対する百分率で表した値を縦軸にとったものが図５である。紙面の都合上、その他の点数については省略するが、母点となる乱数が 500 点以上になると面積の分布状態が極めて似た状態になる。

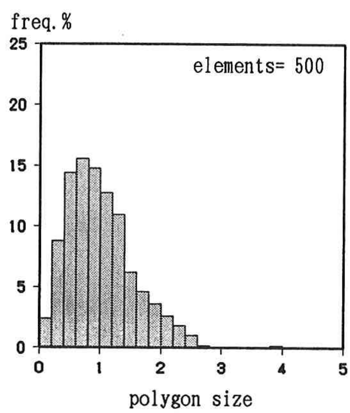


図５　要素面積の頻度分布

４．部分格子を用いた分割の効率化

乱数点から Delauney 三角形を作成する場合、すべての乱数点を対象として外接円などの計算を行わなければならないため、計算効率が悪くなる。このような問題に対処するため、四分木法などの技術も開発されているが、本報告では、簡便的に領域を部分格子に分割し、要素分割を行う方法を提案する。

これは、図６に示すよう、着目した乱数点を含む格子に隣接する格子のみを Delauney 三角形作成のための領域として順次ボロノイ多角形を作成する方法である。この方法を用いるとパソコンで５時間程度かかる 500 要素の分割が１分程度で作成することができる。

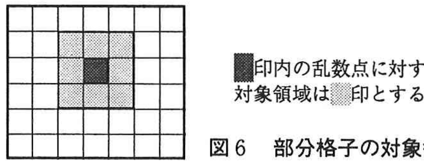


図６　部分格子の対象領域

５．自動メッシュ分割システム

要素分割作業を効率よく行うため、パソコン上で写真１に示すようなシステム開発した。これについては当日、会場において実演する予定である。

６．むすび

線形合同法を用いて２次元で乱数を生成させた場合、500 点以上になると乱数の分布はフラクタル性をもつことが理解てきた。同様に、乱数を母点とするボロノイ多角形も 500 点以上になるとフラクタル性を

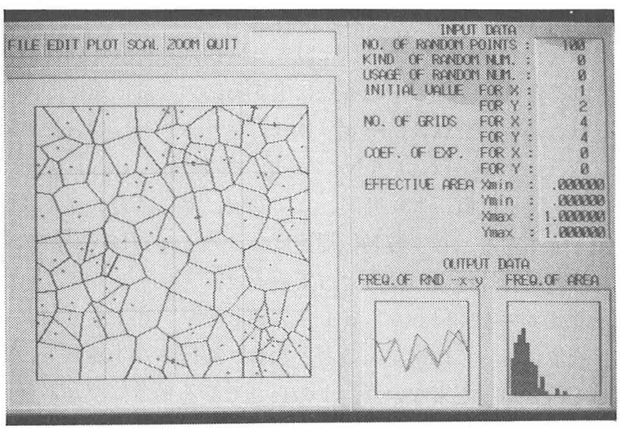


写真１　自動メッシュ分割システム

もつ。これは、自然に存在する状態に近い状態であり、RBSMのように要素境界辺ですべりを発生させる方法にとって都合のよい要素分割である。

本方法を３次元要素分割に適用することで、より効率的なRBSMによる離散化極限解析が行えるようになるものと思われる。

参考文献

１．伏見正則：”乱数”，東京大学出版会(1989)
２．高安秀樹：”フラクタル科学”，朝倉書店(1992)