

I-638 石炭膜四面体要素による等張力曲面の形状解析

佐賀大学 ○学生員 劉 磊 学生員 CARDONA JOSE RAMON
正 員 後藤 茂夫 正 員 井嶋 克志

1. まえがき

著者らは、かねて有限要素構造の要素変形と節点変位の適合条件の非線形性に起因する接線幾何剛性を要素固有の剛性と完全に分離して接線剛性法を適用する幾何学的非線形解析手法の有用性を提唱しており、さきに石炭膜に見られる等張力曲面が、幾何剛性のみで要素剛性を持たない三角形有限要素構造としてモデル化出来ることに着目して、大空間薄膜構造の合理的な初期形状決定のための解析的手法を得ているが、ここでは、メッシュ分割を三角形要素と四辺形要素の自由な組合せを選べるよう等張力四辺形曲面要素の近似モデルとして石炭膜四面体要素を用いる手法を検討し好結果が得られたので報告する。

2. 四辺形曲面要素の分割

無重力状態で等張力となる膜構造の形状解析としては、単純明解な三角形要素を用いて十分な精度の解析手法が得られているので、四辺形四節点要素を曲面として厳密な幾何剛性の誘導は実用上必要無く、これを平面三節点要素に分解することを考える。

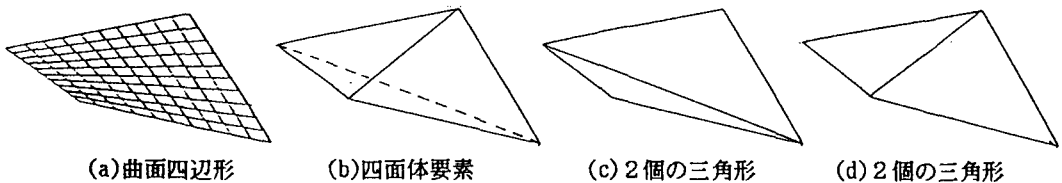


図-1 四辺形曲面要素の三角形による分割

(c), (d) のように曲面四辺形を2個の三角形に分割して解析する場合、同一の節点配置の膜構造に対して、分割対角線の組合せの相違によりそれぞれ微妙に異なった収束解が存在することとなる。

通常の要素力剛性を持った膜要素の場合には、曲面四辺形要素は (b) の四面体要素による置換は成立しないが、面内剛性の無い4個の平面石炭膜三角形要素の場合には置換が可能となり、(c), (d) のようなメッシュ分割上の問題は解消され解の好精度化と入力簡易化が図られる。

3. 石炭膜四面体要素の接線剛性方程式

三角形の頂点 i に対応する辺に沿う張力 N_i は、等張力を σt 、その垂線の長さを a_i 、垂線の足の左右の辺長を c_i 、 d_i とすれば

$$N_i = \frac{1}{2} \sigma t (a_i - c_i d_i / a_i) \dots (1)$$

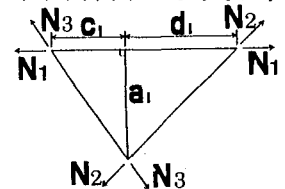


図-2 辺方向の節点力

となる。これを用いて、石炭膜四面体の頂点 p 、 q を結ぶ辺に沿う張力を求め N_{pq} とする。ただし、等張力曲面の等張力を σt とすれば、石炭膜四面体要素のそれぞれの三角形膜の張力は $\frac{1}{2} \sigma t$ となり、内圧がある場合にも $\frac{1}{2}$ とする必要がある。

石炭膜四面体要素としての接線剛性方程式は、辺 p q の共通座標系に関する方向余弦を α_{pq} 、 β_{pq} 、 γ_{pq} と置き、 N_{pq} による幾何剛性項は、次の様になる。

$$k_{pq} = (N/L)_{pq} \begin{bmatrix} 1 - \alpha^2 & \alpha\beta & \alpha\gamma \\ \alpha\beta & 1 - \beta^2 & \beta\gamma \\ \alpha\gamma & \beta\gamma & 1 - \gamma^2 \end{bmatrix}_{pq} \dots \dots \dots (2)$$

これを用いて

$$\begin{bmatrix} \delta U_1 \\ \delta U_2 \\ \delta U_3 \\ \delta U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{12}+k_{13}+k_{14}, & -k_{12} & -k_{13} & -k_{14} \\ -k_{21}, & k_{21}+k_{23}+k_{24}, & -k_{23} & -k_{24} \\ -k_{31}, & -k_{32}, & k_{31}+k_{32}+k_{34}, & -k_{34} \\ -k_{41}, & -k_{42}, & -k_{43} & k_{41}+k_{42}+k_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u_1 \\ \delta u_2 \\ \delta u_3 \\ \delta u_4 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

の様に、辺pqを軸方向力部材とするトラスブロックと同様な幾何剛性のみによる接線剛性方程式が得られる。

4. 計算例とまとめ

まず、周辺が固定された初期形状3m×4mの長方形石鹸膜面を三角形での分割（図-3）変形後4面体となる四辺形での分割（図-4）により、単位幅膜張力を12.5kgf/m、上方への圧力を10kgf/mで解析した。

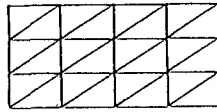


図-3 三角形分割

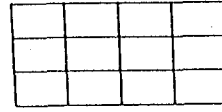


図-4 四辺形分割

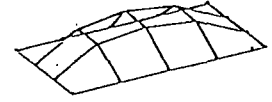


図-5 収束形状

表-1 収束座標値

	可動節点 i	三角形による分割			四辺形による分割		
		u	v	w	u	v	w
可動節点 6,7,10,11,14,15 の変形後の座標値は、表-2 のようになり、四辺形分割の場合、三角形分割の非対称化による数値のばらつきのほぼ平均値が得られている。	6	-1.0204	0.5189	0.5320	-1.0175	0.5147	0.5292
	7	-1.0150	-0.5109	0.5273	-1.0175	-0.5147	0.5292
	10	-0.0018	0.5251	0.6637	0	0.5250	0.6632
	11	0.0018	-0.5251	0.6637	0	-0.5250	0.6632
次は、周辺固定の直角に折れた長方形を初期形状として、無圧力時の石鹸膜釣合形状を求めるものである。	14	1.0150	0.5109	0.5273	1.0175	0.5147	0.5292
	15	1.0204	-0.5189	0.5320	1.0175	-0.5147	0.5292

この場合、初期形状と最終釣合形状との

差が大きい、そのままでは解は収束しないので、まず外側への適当な内圧を作用させた形状を求め、つぎにこれを先行状態として、内圧をゼロとすればよい。初期状態の四辺形要素は辺長1mの正方形で膜張力20kg/mに対して内圧を5 kgf/m²とした。いずれも6回の反復で収束したが、内圧のある中間状態は数回の反復で多少の不均衡力を残して内圧をゼロとして最後の反復へと移行しても十分である。

幾何剛性のみの石鹸膜要素の特性を利用して、実剛性のある四辺形曲面要素では不可能な4面体要素による等張力曲面の形状解析を試みたが、入力

表-2 反復回数と最大不均衡力

反復回数 r	最大不均衡力 kgf	
	三角形	四辺形
0	10.000	10.000
1	1.447	1.205
2	0.208	0.209
3	0.035	0.033
4	0.006	0.005

の簡易化、多様化と解の高精度化という所期の目的は十分に達せられた。

なお、後の計算例のように、初期形状を簡単にした場合、目的形状との差が極端に大となることがあるが、本例のように内圧のある中間状態を経由して2段階で目的形状を求める手法がきわめて有用であった。

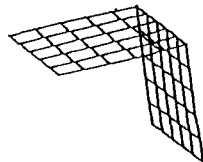


図-6 初期状態

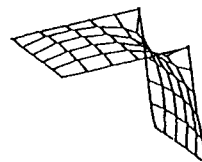


図-7 内圧のある状態

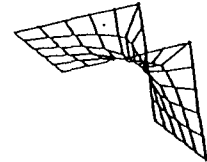


図-8 最終状態

参考文献

- 1) 後藤茂夫 他：要素剛性分離の手法による等張力曲面の形状解析と膜構造解析，構造工学論文集，1991.
- 2) 後藤茂夫 他：要素剛性分離の手法による構造物の幾何学的非線形解析，構造工学論文集，1991.
- 3) 後藤茂夫：立体構造物における接線幾何剛性マトリックスの定式化，土木学会論文報告集，1983.