

新潟大学 正員 阿部和久
三井建設 青木 究

1. はじめに

これまで著者らは、個別要素法による積雪変形解析法の構成について検討して来た¹⁾。その結果、積雪における力学的特性を個別要素で構成される粘性粒子集合体で概ね表現し得ることが確かめられた。しかし、変形の進行に伴い、要素の接触状態や巨視的密度などが変化するため、粒子集合体の巨視的性質は一定とはならず、比較的大きな変形を適切に解析することが不可能であった。本研究では、変形状態に依存しない粘性粒子集合体の構成について検討し、上述の問題点の改善を試みる。

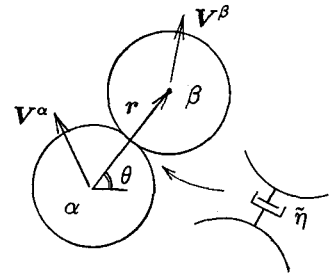


図-1 要素モデル

2. 粘性粒子集合体の巨視的性質

文献1)と同様、図-1のように互いに接触している要素の半径方向のみに粘性ダッシュポット $\tilde{\eta}$ が挿入されたモデルを考える。

すると、粒子 α の運動方程式は次式で与えられる。

$$\sum \mathbf{F}^\beta = \pi a^2 \rho \dot{\mathbf{V}}^\alpha, \quad \mathbf{F}^\beta = [(\mathbf{V}^\beta - \mathbf{V}^\alpha) \cdot \mathbf{n}] \tilde{\eta} \mathbf{n}, \quad \mathbf{n} = \mathbf{r} / |\mathbf{r}| \dots \dots \dots (1)$$

ここで $\mathbf{F}^\beta$ は粒子 β からの接触力、 a は粒子半径、 ρ は粒子密度、 $\mathbf{V}^\alpha, \mathbf{V}^\beta$ は各粒子の速度ベクトルである。

粒子集合体の接触状態を示す接触点密度関数を $\psi(\theta)$ とすると、式(1)より代表粒子 α に対して次の運動方程式を得る。

$$\int_0^{2\pi} \tilde{\eta} (V_i^\beta - V_i^\alpha) n_i n_j \psi d\theta = \pi a^2 \rho \dot{V}_j^\alpha \dots \dots \dots (2)$$

ここで、相対速度 $V_i^\beta - V_i^\alpha$ を次のように展開する。

$$V_i^\beta - V_i^\alpha = V_{i,j}^\alpha \Delta x_j + \frac{1}{2} V_{i,jk}^\alpha \Delta x_j \Delta x_k + \dots \quad (\Delta x_j = r n_j) \dots \dots \dots (3)$$

式(3)を(2)へ代入し、粒子集合体の巨視的密度を γ とし、両辺に $\gamma / \pi a^2 \rho$ をかけ、 $\psi(\theta + \pi) = \psi(\theta)$ に注意すると、次式を得る。

$$\eta_{kjl} V_{i,kl}^\alpha + O(a^2) = \gamma \dot{V}_j^\alpha, \quad \eta_{ijkl} = \frac{\gamma}{2\pi a^2 \rho} \int_0^{2\pi} n_i n_j n_k n_l r^2 \psi \tilde{\eta} d\theta \quad (r \simeq 2a) \dots \dots \dots (4)$$

一方、粘性体の運動方程式は次式で与えられる。

$$\eta_{kjl} V_{i,kl} = \gamma \dot{V}_j \dots \dots \dots (5)$$

式(4),(5)より、粘性粒子集合体は a^2 のオーダーで粘性体に収束すること、接触状態(ψ)により異方性を示すこと、変形の進行と共に γ, r, ψ が変わるため、巨視的性質 η_{ijkl} も変化することなどがわかる。

3. 粒子集合体の制御

式(4)の粘性ダッシュポット $\tilde{\eta}$ の値を調節することで、変形に依存しない粘性粒子集合体を構成する方法について検討する。

各接触点における $\tilde{\eta}$ を r, ψ, γ の値に基づき次式のように補正する。

$$\tilde{\eta} = \frac{2\pi a^2 \rho}{r^2 \psi \gamma} C \quad (C: \text{定数}) \dots \dots \dots (6)$$

すると、式(4)より η_{ijkl} は次式で与えられることとなる。

$$\eta_{ijkl} = \frac{\pi C}{4} (\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (\delta_{ij}: \text{Kroneckerのデルタ}) \dots \dots \dots (7)$$

一方、等方均質粘性体における η_{ijkl} は次式で与えられる。

$$\eta_{ijkl} = \frac{\eta}{2(1+\nu)} \left(\frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} \right) \dots\dots\dots (8)$$

式(7)と(8)との比較により、式(6)で

$$\bar{\eta} = \frac{16a^2 \rho \eta}{5r^2 \psi \gamma} \dots\dots\dots (9)$$

とすれば、粘性粒子集合体は変形状態に依存せず、ポアソン比が $\nu = 1/4$ の等方均質粘性体を近似できることがわかる。

4. 数値実験

3. に述べた制御方法の妥当性を検証するため、数値実験を行った。解析では、図-2 に示す 1056 個からなる個別要素集合体に応力一定条件の下、一軸引張、および一軸圧縮の各変形を与え、巨視的粘性係数 η を次式より求めた。

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon}, \quad \dot{\epsilon} = \frac{\dot{h}}{h} \dots\dots\dots (10)$$

各粘性ダッシュポットに式(9)の補正を与えるため、ここでは粒子集合体より評価した ψ と γ を用い、3. に提案した方法の適用可能性について検討した。解析結果を図-3 に示す。いずれのケースにおいても変形が約 30%前後になるまで解析を進めた。補正を行わない場合、引張に対し、変形の進行と共に η が増大して行き、粒子集合体の巨視的性質が変形に大きく依存していることがわかる。一方、補正を行う場合、引張、圧縮のいずれにおいても巨視的粘性係数はほぼ等しい値をとり、変形に依らず概ね一定となっており、式(9)による補正が有効であることが確かめられる。

5. おわりに

粘性体を適切に近似し得る個別要素解法について検討し、その有効性を確かめた。4. に示した解析では、式(9)の補正において、粒子集合体全体から評価した ψ 、 γ を用いたが、実際の解析では局所的な接触状態から ψ 、 γ を評価する必要がある、具体的評価方法について検討中である。

参考文献

- 1) 阿部・宮野：積雪変形解析のための個別要素解析手法, 構造工学論文集 Vol.38A, 339-350, 1992.

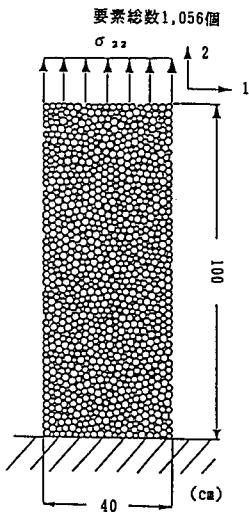


図-2 解析条件

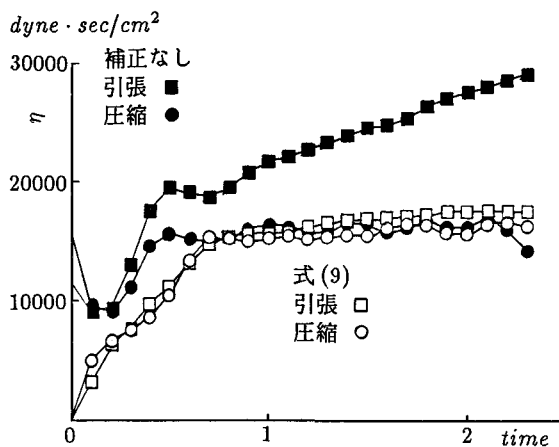


図-3 巨視的粘性係数