

北見工業大学大学院 学生員 小熊善明

北見工業大学 正員 奥村 勇

1. まえがき 長い間攻勢を続けた、いわゆる厚板理論による厚板の曲げ解析に関する研究は、一応、峠を越え、最近では、3次元弾性論或はそれに近い弾性論を用いて、可能な限り、精確性の高い厚板の解析を行おうとする気運が起り始めている。然しながら、3次元弾性論或は類似弾性論は、厚さが極めて大きい厚板の解析には適しているが、中程度の厚さの厚板の解析には、数値計算の困難性から、適用が難しくなるといふ本質的な難点を有している。この難点は、容易には、解決できないものと考えられる。他方、厚板理論は、精確性は劣るが、この難点を全く持たず、適用性も広く、しかも、解析方法も比較的簡単であり、中程度の厚さの厚板の解析には、高い意義を持っている。厚板理論による厚板の曲げ解析では、従来、周辺単純支持或は相対する2辺が単純支持の長方形厚板が、主に取扱われているが、全周辺固定の長方形厚板は、厳密解が得られず、しかも、解析が極めて複雑になるために、あまり取扱われていないようである。

本研究は、Loveの理論に改良を加えた厚板理論により、上面の中央に部分等分布荷重を受ける周辺固定の長方形厚板の曲げを解析し、その応力特性を明らかにするものである。解析方法は、荷重条件を満たすための特殊解と境界条件を満たすための同次解とから成っている。特殊解には、一般化されたBoussinesqの解の一部を用い、同次解には、平面応力解、一般化平面応力解および逆対称応力解の三つを用いる。Loveの理論は、高次理論として見れば、8次理論であるが、本厚板理論は、10次理論になっている。

2. 特殊解 板の上、下面における荷重条件を満たすための特殊解として、一般化されたBoussinesqの解を用いる。変位成分を u 、 v および w とすると、一般化されたBoussinesqの解は、次のように表される。

$$2Gu = \frac{\partial}{\partial x}(\phi_0 + x\lambda_1 + y\lambda_2 + z\lambda_3) - 4(1-\nu)\lambda_1 + 2\frac{\partial\theta_3}{\partial y};$$

$$2Gv = \frac{\partial}{\partial y}(\phi_0 + x\lambda_1 + y\lambda_2 + z\lambda_3) - 4(1-\nu)\lambda_2 - 2\frac{\partial\theta_3}{\partial x};$$

$$2Gw = \frac{\partial}{\partial z}(\phi_0 + x\lambda_1 + y\lambda_2 + z\lambda_3) - 4(1-\nu)\lambda_3 \dots\dots (1)$$

ここで、

$$\nabla^2\phi_0 = 0; \nabla^2\lambda_1 = 0; \nabla^2\lambda_2 = 0; \nabla^2\lambda_3 = 0; \nabla^2\theta_3 = 0 \dots\dots (2)$$

また、 G および ν は、それぞれ、材料のせん断弾性係数およびポアソン比を表し、 ∇^2 は、直交座標におけるラプラスの演算子を表す。図-1に示す長方形厚板を解析の対象とすると、特殊解として必要になる変位ポテンシャル ϕ_0 、 λ_3 および θ_3 は、式(2)の第1、第4および第5式から求められる。応力場は、 x および y に関して偶とする。

3. 荷重条件及び境界条件 厚板の上面の中央に部分

等分布荷重が作用し、下面が自由の場合を考えると、荷重条件は、次式となる。

$$z = h/2 \text{ において、 } \sigma_{zx} = 0; \sigma_{zy} = 0; \sigma_{zz} = -p(x, y); p(x, y) : \text{表面荷重} \dots\dots (3)$$

$$z = -h/2 \text{ において、 } \sigma_{zx} = 0, \sigma_{zy} = 0, \sigma_{zz} = 0 \dots\dots (4)$$

また、厚板の全周辺を固定とすると、境界条件は、次式となる。

$$x = \pm a/2 \text{ および } y = \pm b/2 \text{ において、}$$

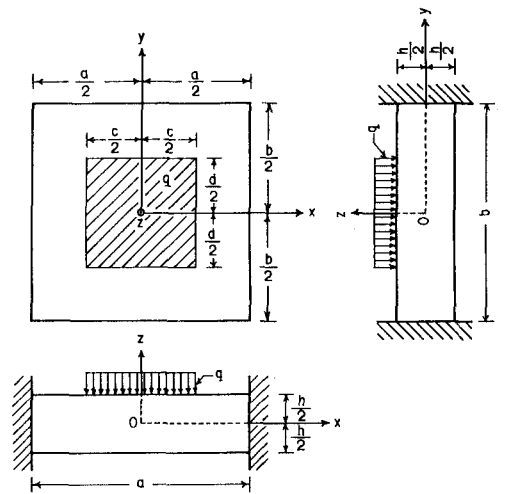


Fig.1 Coordinate system of thick rectangular plate.

$$\begin{aligned} (u)_{z=0} &= 0; \\ (v)_{z=0} &= 0; \\ (w)_{z=0} &= 0; \\ \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0} &= 0; \\ \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0} &= 0 \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

4. 計算結果

数値計算は、 $b/a=1.0$ の正方形厚板が、 $c/a=d/b=0.3$ の正方形等分布荷重を担い、板厚比 $e=h/a=1/4 \sim 1/20$ およ

びポアソン比 $\nu=0.3$ を持つ場合について行った。図-2 から図-7 に、 x 方向における断面力の分布、 z 方向における垂直応力 σ_{xx} 、 σ_{yy} およびせん断応力 σ_{zx} の分布をそれぞれ示した。荷重直下における σ_{xx} は、直線分布からの隔たりが著しいが、固定辺の $y=0$ においては、 $e=1/8$ で、ほぼ直線分布になっている。

部分荷重の分布境界 ($x=0.15a$) における σ_{xx} は、放物線分布からの隔たりが著しいが、固定辺の $y=0$ においては、 $e=1/4$ でも、ほぼ放物線分布になっている。

5. あとがき 厚板理論により、周辺固定の長方形厚板の曲げを解析した。厚板理論を構成する弾性解が、たとえ、厳密であっても、境界条件が近似的に規定されるので、可能ならば、今後、3次元弾性論による解析を行い、境界条件の精確性を吟味してみたい。

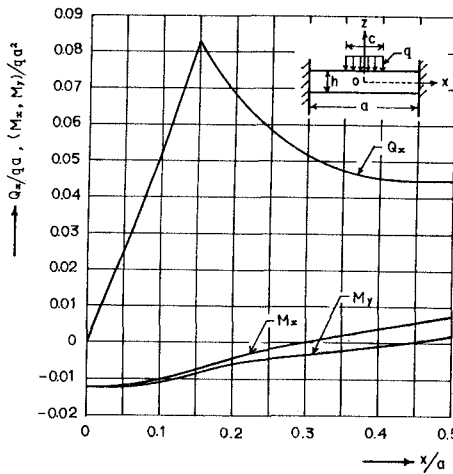


Fig. 2 Distributions of internal forces ($y=0, e=h/a=1/4$).

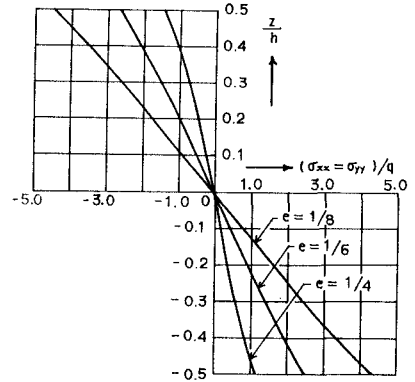


Fig. 3 Distribution of σ_{xx} ($x=y=0, e=h/a$).

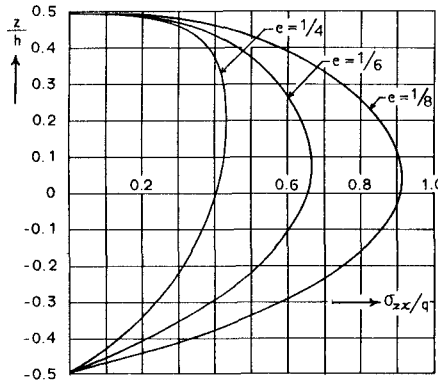


Fig. 4 Distribution of σ_{zx} ($y=0, x=0.15a, e=h/a$).

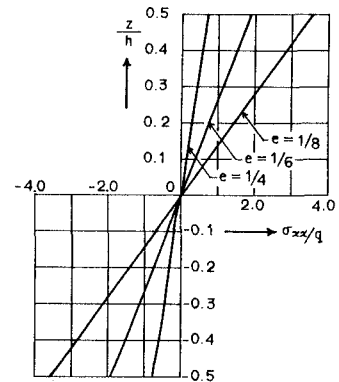


Fig. 5 Distribution of σ_{xx} ($y=0, x=0.5a, e=h/a$).

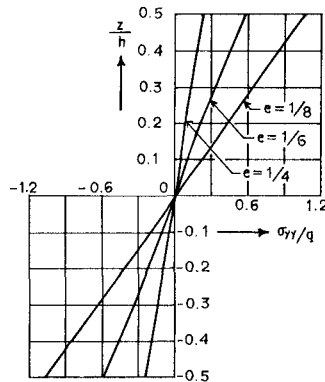


Fig. 6 Distribution of σ_{yy} ($y=0, x=0.5a, e=h/a$).

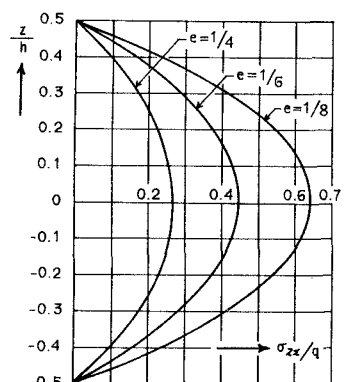


Fig. 7 Distribution of σ_{zx} ($y=0, x=0.5a, e=h/a$).