

I-600

円形境界で接合する異質弾性体の未接合領域近傍の応力解析と一考察(一様引張り)

佐藤鉄工(株) 正会員 ○村瀬安彦
 岐阜大学工学部 学生員 八谷豊幸
 岐阜大学工学部 正会員 中川建治

1. まえがき

弾性係数の異なる2種類の弾性体が接合されている境界面に、未接合部分を持つ接合部はインターフェイスクラック(接合面亀裂)と名付けられている。土木工学分野での力学モデルとしては、鉄管の回りに打設されたコンクリートとの接触面の問題、岩盤上に打設されたコンクリート打設面の空隙周辺の応力集中問題等がある。

境界面未接合領域近傍の問題は従来多くの研究者によって手掛けられてきたが、理論的研究の成果は集積的特異点が生じる極めて非実用的なものである。本研究は円形境界で接合する異質弾性体のインターフェイスクラック周辺の応力解析解を滑らかで有限なものとして導き、比較の一例としてFEM解析を行ったのでここに報告する。

2. 解析方法

(1) 対象モデル

対象とするモデルは、図1に示すように弾性係数の異なる材料が円周方向に沿って接合されているものとし、中心軸から $|\theta| \leq \omega$ の境界部(z_1 から z_2)が未接合になってクラックを構成しているものとする。 z_1 から z_2 に至る任意曲線に沿って開口する曲面は次式で現され、式よりクラック先端には特異点が生じ、応力度は急変化し無限大になる。

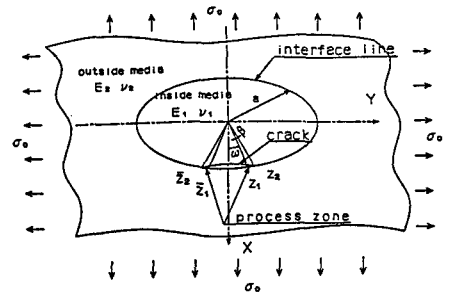


図-1 解析モデル

$$H_0(z, a, \omega) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{z - ae^{-i\omega}}{z - ae^{i\omega}} \right) = H_{0r} + iH_{0i}$$

(2) 急変化応力分布を平滑化する一手法

急変化する応力分布を平滑化する手法として応力も変位も生ずる区間(process zone)を設定し、この区間内で重み積分(重み ρ_1, ρ_2 は2次式)を行う方式を採用した。

$$H_2(z, a, \omega, \beta) = \int_{z_1}^{z_2} \int_{z_2}^{\bar{z}_1} \frac{1}{2} \log \left(\frac{z - ae^{-i\omega}}{z - ae^{i\omega}} \right) \rho_1 \rho_2 dz_u dz_L$$

(3) 解析解

平面弾性問題を複素変数 Z で現す複素関数で扱い、応力は実数部を採用する。

$$\nabla^2 \nabla^2 W(z, z) = 0 \quad W = \bar{z}\phi + \phi \quad 2G(u - iv) = k\phi(z) - \bar{z}\phi'(z) - \phi'(z)$$

解析解として、次の ϕ, ϕ', F 式を選定する。

$$\phi = d_1 z F_1 + d_2 z F_2 + d_3 z F_3 + d_4 z F_4 = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4$$

$$\begin{aligned} \phi' &= d_1 (-a^2 F_1') + d_2 a^2 (-\frac{2}{Z} F_2 - F_2') + d_3 (-a^2 F_3') + d_4 a^2 (-\frac{2}{Z} F_4 - F_4') \\ &= \phi_1' + \phi_2' + \phi_3' + \phi_4' \end{aligned}$$

d_1, d_2, d_3, d_4 ; 係数 a ; 異なる材質の境界面の半径

$$F_1 = i \sinh \{(1+i\alpha)H_2\} + i \sinh \{(1-i\alpha)H_2\} \quad F_3 = \sinh \{(1+i\alpha)H_2\} - \sinh \{(1-i\alpha)H_2\}$$

$$F_2 = i \cosh \{(1+i\alpha)H_2\} - i \cosh \{(1-i\alpha)H_2\} \quad F_4 = -\cosh \{(1+i\alpha)H_2\} - \cosh \{(1-i\alpha)H_2\}$$

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \log \left\{ \frac{\frac{k_2}{G_2} + \frac{1}{G_1}}{\frac{k_1}{G_1} + \frac{1}{G_2}} \right\}$$

α ; Bi-Elastic Constant
 $k_j = 3 - \nu_j \quad (j=1; \text{内側})$
 $j=2; \text{外側})$
 G_j ; せん断弾性係数

(4) 解析計算例

計算モデルとして鋼の周りにコンクリートが打設された構造体（平面ひずみ）を念頭に置き、内側弾性体（領域 $r \leq a$ ）の弾性係数を $E_1 = 2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$, $\nu_1 = 0.3$ 、外側弾性体（領域 $r > a$ ）の弾性係数を $E_2 = E_1/7$, $\nu_2 = 0.167$ とし、内側、外側の境界面半径 $a = 10 \text{ cm}$ とする。未接合部の区間 $|\theta| \leq \omega$, $\omega = 20^\circ$ 、プロセスゾーン $\beta = 10^\circ$ とし、無限遠方で一様引張力 $\sigma_0 = 0.1 \text{ MPa}$ を作用させる。解析計算結果を図2～図4に示す。

(5) FEM計算例

1辺30cmの矩形モデル（平面ひずみ）に解析計算例と同じ弾性体、クラック形状を考えFEM解析を行なった。process zoneは任意の弾性係数を持つトラス構造とし、分割要素数約2000、最小要素サイズ0.25cmとした。解析解との比較を図5～図7に示す。

3. まとめ

(1) 解析計算結果

- 境界上の開口部において応力度 σ_r , τ は0に収束し、process zoneでは集積特異点の特徴は現れずに有限で滑らかな応力集中が構成されている。
- 変位 U_r も滑らかな開口部が形成されている。

(2) FEM計算例との比較

- 変位 U_r の比較ではクラック中心部において解析解が小さな値を示している。
- 応力の比較では σ_r が類似傾向を示したが、 σ_θ は値に大きな相違が見られた。

- 本研究で提案した解析モデルは弾性解でありながら、クラック周辺の応力と変位が共存する部分を表現できた。FEMとの比較からは、今後の課題として重み関数の改善、解析解の係数値の検討が必要と思われる。

参考文献

- 1) 村瀬・中川：円形境界で接合する異質弾性体の未接合領域近傍の応力分布解析
平成4年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集 pp.61～pp.62

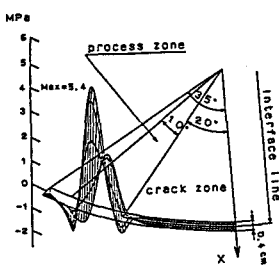


図-2 応力 σ_r (解析解)

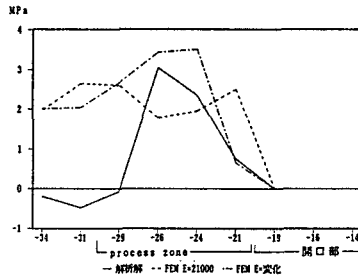


図-5 応力 σ_r (解析解, FEMの比較)

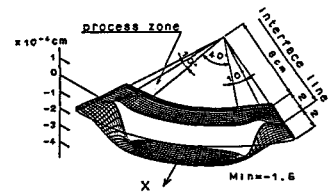


図-4 変位 U_r (解析解)

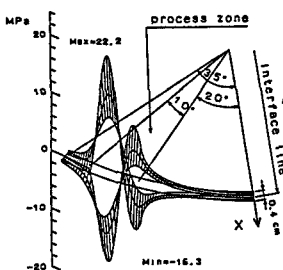


図-3 応力 σ_θ (解析解)

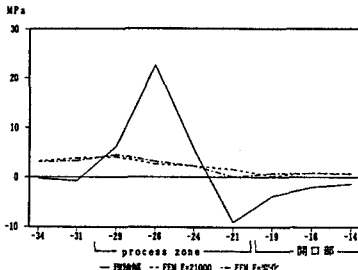


図-6 応力 σ_θ (解析解, FEMの比較)

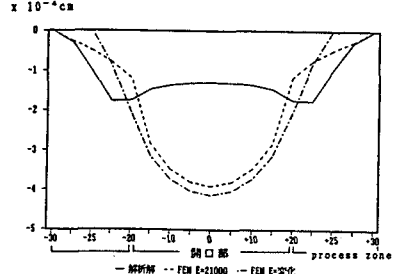


図-7 変位 U_r (解析解, FEMの比較)