

1. はじめに 複合材料等の界面は剥離や損傷などの力学的弱面が形成され易い部分であり、界面での欠陥を定量的に非破壊評価することは材料の健全度や余寿命予測において重要な意味を持つ。本研究は、遠方での散乱波動から界面での剥離部分を決定する逆散乱問題を数値的にシミュレーションしたものである。Kirchhoff 近似と特性関数を用いた Kirchhoff 逆解析法による数値解析例を示す。

2. 界面剥離からの遠方散乱場 図1, 2の挿し絵に示すように2次元2層弾性体の界面に剥離が生じているものとする。剥離部分を S とし、結合部分を B とする。領域 D の遠方から平面波が入射すると、結合界面 B において反射波、透過波が発生すると同時に、剥離部分 S によって散乱波が発生する。2層弾性体の Green 関数 $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ を用いると、 S からの散乱波の変位 u_i^{sc} は次のように積分表示される。

$$u_i^{sc}(\mathbf{x}) = \int_S \bar{T}_{jk}(\partial_y) G_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) [u_j(\mathbf{y})] ds, \quad (1)$$

ここに、 $\bar{T}(\partial_y)$ は表面力作用素であり、 $[u(\mathbf{y})]$ は S での開口変位を表す。2層弾性体の Green 関数 $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ の厳密解は積分表現でしか得られないが、 $|\mathbf{x}| \gg |\mathbf{y}|$ なる遠方場では、最急降下法により積分を近似的に評価することができ、簡潔な形に書き下すことができる。 $y_2 > x_2$ での遠方場において、 G は次のように書ける。

$$G_{ik}(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{\alpha=L,T} \sqrt{\frac{2}{\pi k_\alpha |\vec{x}|}} d_i^{\pm\alpha\alpha} e^{i(k_\alpha |\vec{x}| - \pi/4)} F_\alpha \left(d_k^{\pm\alpha\alpha} e^{ik_\alpha \vec{p}^{\pm\alpha\alpha} \cdot \vec{y}} + \sum_{\beta=L,T} \mathcal{R}^{\alpha\beta} d_k^{\mp\alpha\beta} e^{ik_\beta \vec{p}^{\mp\alpha\beta} \cdot \vec{y}} \right) \Big|_{\zeta=\sin\theta_x} \quad (2)$$

ここに、 $\theta_x = \arcsin(-x_1/|\mathbf{x}|)$ であり、 k_L, k_T はそれぞれ縦波、横波の波数であり、 $p^{\pm\alpha\beta}, d^{\pm\alpha\beta}$ は次式で定義されるベクトルである。

$$\begin{aligned} \vec{p}^{\pm\alpha\beta}(\zeta) &= (c_\beta \zeta / c_\alpha, \pm \nu^{\alpha\beta}(\zeta)), \quad \nu^{\alpha\beta}(\zeta) = (1 - (c_\beta \zeta / c_\alpha)^2)^{1/2}, \quad \Im(\nu^{\alpha\beta}) > 0 \\ \vec{d}^{\pm\alpha\beta}(\zeta) &= \begin{cases} \vec{p}^{\pm\alpha\beta}(\zeta), & \text{for } \beta = L \text{ and } \bar{L} \\ \vec{e}_3 \times \vec{p}^{\pm\alpha\beta}(\zeta), & \text{for } \beta = T \text{ and } \bar{T} \end{cases} \end{aligned}$$

また、式(2)において、 $\mathcal{R}^{\alpha\beta}$ は結合界面 B に平面 α 波が入射した時の反射 β 波への反射係数であり、 F_α は $F_\alpha = i(k_\alpha/k_T)^2/4\mu$ (μ : セン断剛性) なる定数である。式(2)を式(1)に代入すると、遠方での散乱変位場は次のように書ける。

$$u_i^{sc}(\vec{x}) \approx \sum_{\alpha=L,T} \sqrt{\frac{2}{\pi k_\alpha |\vec{x}|}} d_i^{\pm\alpha\alpha} e^{i(k_\alpha |\vec{x}| - \pi/4)} \times \Omega_\alpha(\theta_x, k_\alpha), \quad (3)$$

ただし、 Ω_α は遠方での散乱パターンを表わし、次式で表わされる。

$$\Omega_\alpha(\theta_x, k_\alpha) = F_\alpha \int_S \bar{T}_{jk}(\partial_y) \left(d_k^{\pm\alpha\alpha} e^{ik_\alpha \vec{p}^{\pm\alpha\alpha} \cdot \vec{y}} + \sum_{\beta=L,T} \mathcal{R}^{\alpha\beta} d_k^{\mp\alpha\beta} e^{ik_\beta \vec{p}^{\mp\alpha\beta} \cdot \vec{y}} \right) \Big|_{\zeta=\sin\theta_x} [u_j(\vec{y})] ds. \quad (4)$$

3. Kirchhoff 逆解析 Kirchhoff 近似はクラック端点からの回折波の影響を無視して、クラック面での反射のみを考慮した近似である。Kirchhoff 近似を用いると、平面 α 波が入射角 θ_0 で入射した時の $x_2 = 0$ における平らなクラック面での開口変位は次式のように表わされる。

$$[u_j(\vec{y})] \approx f_j(\theta_0) e^{ik_\alpha \sin\theta_0 y_1}, \quad \vec{y} \in S \quad (5)$$

ここに、 f_j は入射角 θ_0 の関数である。いま、後方遠方（ $\theta_x = \theta_0 - \pi$ ）での散乱振幅の α 波成分 Ω_α を考えることにする。式(5)を式(4)に代入して整理すると、次式を得る。

$$\Omega_\alpha(\theta_x, k_\alpha) = A_\alpha(\theta_0) k_\alpha \int_S e^{2ik_\alpha \sin \theta_0 y_1} dy_1, \quad (6)$$

ただし、 $A_\alpha(\theta_0)$ は次のように定義される。

$$A_\alpha(\theta_0) = if_j(\theta_0) F_\alpha C_{j2kl} \left(p_l^{+\alpha\alpha} d_k^{+\alpha\alpha} + \sum_{\beta=L,T} k_\beta / k_\alpha p_l^{-\alpha\beta} \mathcal{R}^{\alpha\beta} d_k^{-\alpha\beta} \right) \Big|_{\zeta=\sin \theta_0}. \quad (7)$$

ここで、特性関数 Γ を次のように定義する。

$$\Gamma(y_1) = \begin{cases} 1 & \text{for } y_1 \in S \\ 0 & \text{for } y_1 \notin S. \end{cases} \quad (8)$$

上式より明かなように Γ は界面の剥離部分 S では1となり、結合部分では0となる関数である。したがって、散乱波から Γ を決定できれば、界面での剥離部分を認識できる。特性関数 Γ を用いると、式(6)は次のように表わせる。

$$\Omega_\alpha(\theta_x, k_\alpha) = A_\alpha(\theta_0) k_\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(y_1) e^{2ik_\alpha \sin \theta_0 y_1} dy_1. \quad (9)$$

上式の右辺の積分は、 $K = 2k_\alpha \sin \theta_0$ なる関係の下で特性関数 Γ のフーリエ変換 $\tilde{\Gamma}(K)$ と同値である。もし、すべての周波数域での後方散乱振幅 Ω_α が既知であるならば、式(9)よりフーリエ成分 $\tilde{\Gamma}(K)$ を完全に定義することができ、それを逆変換することにより Γ を決定することができる。

4. 解析例 図1は $-a < x_1 < a$ なる界面剥離に対して求められた特性関数 Γ の分布を表わしている。ただし、入射波は入射角 45° のL波とした。また、2層弾性体の材料定数は $\rho/\bar{\rho} = 1$ （ ρ ：密度）、 $\nu = \bar{\nu} = 0.25$ （ ν ：ポアソン比）、 $k_L/\bar{k}_L = k_T/\bar{k}_T = \Lambda$ とし、0.75、1、1.25の3通りの Λ を考慮した。さらに、 $\tilde{\Gamma}(K)$ から $\Gamma(y_1)$ への逆変換においては $ak_L = 0 \sim 10$ における波数域の後方散乱振幅を用いた。図1における破線は求められるべき特性関数の分布である。剥離部分の右側で Γ の分布が乱れているが、その点を除けばほぼ界面での剥離部分が再現されている。図2は $-3a < x_1 < -a$ 、 $a < x_1 < 3a$ の2つの隣接した界面剥離部分に対して求められた特性関数 Γ の分布を表わしている。単一の界面剥離の場合と同様、ほぼ剥離部分を認識することができる。

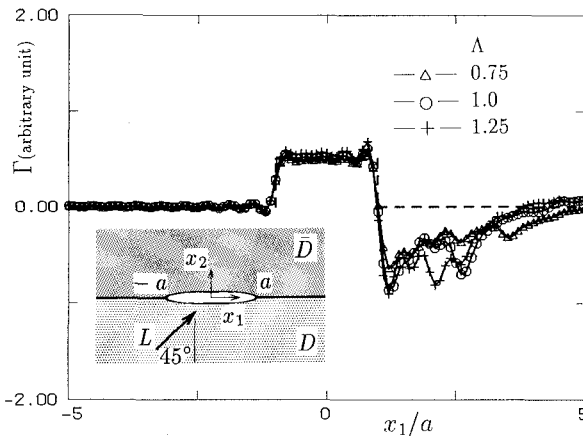


図1: 単一の界面剥離に対する特性関数 Γ の分布

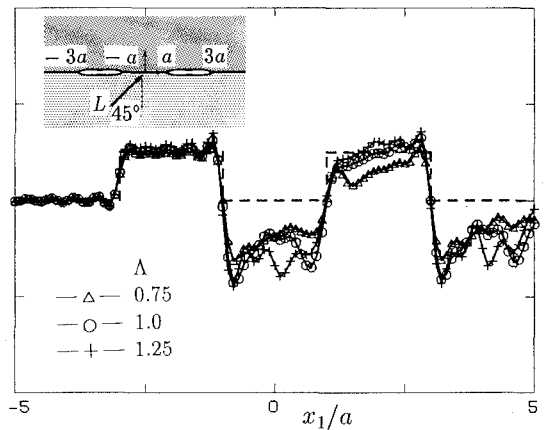


図2: 2つの隣り合わせた界面剥離に対する特性関数 Γ の分布