

I-525 骨組構造物の応答感度係数特性に基づく感度解析法

(株)大東設計コンサルタント 正会員○榎本 覚雄 東洋大学 正会員 新延 泰生
東洋大学 正会員 矢島 基臣

1. はじめに

本研究では、骨組構造物の感度係数特性¹⁾に基づいた、不静定構造に対する従来法とは異なった感度解析法について述べるものである。この感度解析法は適合法的な考え方によるものであるが、以下に述べるような顕著な特徴を有している。逐次的に感度解析を行う場合、まず静定基本系に対して感度係数を行っておけば、重ね合わせにより原不静定構造の感度係数が求められ、次回以降の変位や断面力とそれらの感度係数は感度変数の値を代入し不静定次数だけの次元の適合方程式を解くだけで求められることにある²⁾。

2. 適合法に基づく感度解析法

トラス構造を例にとれば感度変数 X_i を $R_A=1/A$ とした場合、応答感度係数が荷重に対して線型である性質と応力法の考え方を基に厳密な応答感度係数を求める式が成立する¹⁾。

$$\left(\frac{\partial z_j}{\partial X_i}\right)_{\text{original}} = \left(\frac{\partial z_j}{\partial X_i}\right)_F + \sum_{k=1}^{\ell} \left(\frac{\partial z_j}{\partial X_i}\right)_{Q_k} Q_k + \sum_{k=1}^{\ell} \frac{\partial z_j}{\partial Q_k} \frac{\partial Q_k}{\partial X_i} \quad (1)$$

ここで、式(1)の左辺の $\partial z_j / \partial X_i$ は原系の ℓ 次不静定構造系の節点変位 z_j の1次感度係数である。右辺の第1項および第2項は静定基本系に対する感度係数を示し、第3項目は不静定力 Q_k の変動による感度係数の変動を表している。

1) 前処理

不静定トラスは剩余部材による内的不静定と支点的拘束条件による外的不静定のどちらかあるいは両方である場合を考える。図-1に示すような14部材2次不静定トラスの場合、剩余部材7と節点5のローラー支点を除去することにより13部材静定トラスへと分解される(図-2)。本アルゴリズムにおける静定構造への分解は、剩余部材の断面積を0とすることにより行っている。これにより、部材番号の付け直しをせずに静定基本系に対する感度解析が行えるが、ここで得られる剩余部材に関する感度係数は本来存在しないことから、強制的に0とする必要がある。

この静定トラスに対して、実荷重 F を作用させる系を静定基本系(1)、剩余部材7に生じる不静定力 Q_1 の方向に対して単位の仮想荷重 $Q_1=1$ を作用させる系を静定基本系(2)、そして節点5に除去された支点的不静定反力の方向に単位の仮想荷重 $Q_2=1$ を作用させる系を静定基本系(3)というように $(\ell+1)$ 個の荷重系

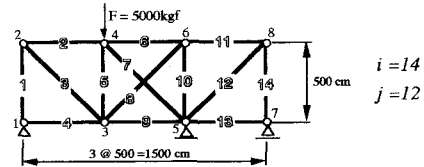


図-1 14部材2次不静定トラス

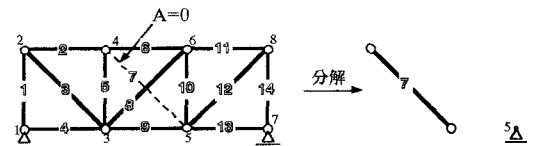


図-2 静定構造への分解

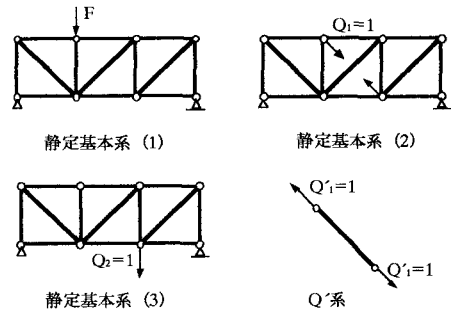


図-3 荷重系

毎に感度解析を行う。

この段階で得られる感度係数を以下に列挙する。

- 静定基本系(1) $(\partial z_j / \partial X_i)_F$
 静定基本系(2) $(\partial z_j / \partial X_i)_{Q1=1}$
 静定基本系(3) $(\partial z_j / \partial X_i)_{Q2=1}$
 ⋮
 静定基本系 $(\ell+1)$ $(\partial z_j / \partial X_i)_{Q\ell=1}$

以上に得られた感度係数は節点変位 z_j に関するものであるが、ここで内的不静定に対しては適合条件として剩余部材の部材長の適合を考え、この適合条件に合わせて $\partial z_j / \partial X_i$ を式(2)によって変換する(図-4)。

$$\frac{\partial \delta_k}{\partial X_i} = \cos \theta \left(\frac{\partial u_2}{\partial X_i} - \frac{\partial u_1}{\partial X_i} \right) + \sin \theta \left(\frac{\partial v_2}{\partial X_i} - \frac{\partial v_1}{\partial X_i} \right) \quad (2)$$

また、除去された剩余部材自身の感度係数は

$$\left(\frac{\partial \delta_k}{\partial X_i} \right)_{Q_k=1} = \frac{L}{E} \quad (3)$$

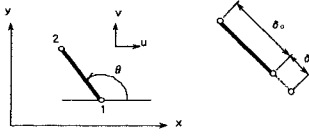


図-4 部材長に関する適合条件

となる。ここで、 L は部材長、 E はヤング率である。式(3)は静定基本系に対するものと区別するため Q 系とする。

外的不静定に対しては適合条件として支点の節点変位はないとするために

$$\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} = \frac{\partial z_h}{\partial X_i} \quad (4)$$

とする。ここで、 z_h は支点により拘束された節点変位とする。また、除去された支点自身の式(3)に対応するものは0とする。

以上の感度係数を計算するところまでを本アルゴリズムにおける前処理とする。これらの感度係数は静定構造に対するものであるから感度変数 X_i に独立な値となっている。

2) 不静定力 Q_k の計算

これまで述べてきたように、適合条件として内的あるいは外的不静定に対して次の2つの式が得られる。

内的不静定：部材長 δ_h の適合

$$\delta_h = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} \right)_F X_i + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} \right)_{Q_k} X_i Q_k = \left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_k} \right)_{Q_k} X_k Q_k \quad (5)$$

外的不静定：支点節点は変位しない

$$\delta_h = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} \right)_F X_i + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} \right)_{Q_k} X_i Q_k = 0 \quad (6)$$

式(5)、(6)を不静定力 $\{Q_k\}$ について整理すると

$$\left[\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} \right)_{Q_k} X_k \right] - \left[\left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_k} \right)_{Q_k} X_k \right] \{Q_k\} = - \left[\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} \right)_F X_i \right] \quad (7)$$

を得る。式(7)の左辺 $[\]$ 内第2項のマトリックスは、式(3)が対角線上に配置された対角マトリックスである。式(7)の左辺 $[\]$ を計算すれば $\{Q_k\}$ を求めるための係数マトリックス $[G]$ が得られる。

$$[G]\{Q_k\} = \{H_1\} \quad (8)$$

3) $\partial Q_k / \partial X_i$ の計算

式(8)の両辺を感度変数 X_i で偏微分すると

$$\frac{\partial}{\partial X_i} [G]\{Q_k\} + [G] \left\{ \frac{\partial Q_k}{\partial X_i} \right\} = - \left\{ \left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} \right)_F \right\} \quad (9)$$

となる。式(9)を整理すると式(8)の $[G]$ を係数にもつ $\{\partial Q_k / \partial X_i\}$ を求めるための右辺ベクトル $\{H_2\}$ が得られる。

$$[G] \left\{ \frac{\partial Q_k}{\partial X_i} \right\} = \{H_2\} \quad (10)$$

ここで、

$$\{H_2\} = - \left\{ \left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} \right)_F \right\} \left\{ \left[\left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} \right)_{Q_k} - \left(\frac{\partial \delta_h}{\partial X_i} \right)_{Q_k} \right] \{Q_k\} \right\} \quad (11)$$

なお、式(10)は式(8)を解くサブルーチンが利用でき m 回実行される。

4) $\partial z_j / \partial Q_k$ の計算

感度係数特性式は

$$z_j = \sum_{i=1}^m \left\{ \left(\frac{\partial z_j}{\partial X_i} \right)_F + \sum_{k=1}^t \left(\frac{\partial z_j}{\partial X_i} \right)_{Q_k} Q_k \right\} X_i \quad (12)$$

となる¹⁾。式(12)の両辺を Q_k で偏微分すれば

$$\frac{\partial z_j}{\partial Q_k} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial z_j}{\partial X_i} \right)_{Q_k} X_i \quad (13)$$

5) 原系の感度係数 $(\partial z_j / \partial X_i)_{original}$ の計算

2)、3)、4)より得られた値を式(1)に代入することにより、原系の不静定トラスに対する感度係数が得られる。すなわち、不静定トラスに対して1)で述べた前処理を行っておけば、設計変更後の感度変数 X_i を用いて2)、3)、4)の計算を繰り返すことにより、再度の構造解析を行わなくとも新たな感度変数 X_i に対する感度係数が得られる。なお、2)、3)で解かれる連立方程式の次元は不静定次数に等しく、また実行回数は $(m+1)$ 回である。

以上の計算過程に続いて節点変位の感度係数の他に節点変位、部材断面力、そして部材断面力の感度係数も同時に求められることを以下に示す。

節点変位は式(12)より求められる。また、 j 部材の部材断面力 r_j は静定基本系の r_{0j} と不静定力 Q_k より

$$r_j = (r_j)_F + \sum_{k=1}^t (r_{0j})_{Q_k} Q_k \quad (14)$$

となる。断面力の感度係数を得るために、式(14)の両辺を感度変数 X_i で偏微分すれば r_{0j} と $\partial Q_k / \partial X_i$ より部材断面力の感度係数が得られる。

$$\frac{\partial r_j}{\partial X_i} = \sum_{k=1}^t (r_{0j})_{Q_k} \frac{\partial Q_k}{\partial X_i} \quad (15)$$

3. おわりに

本研究では、適合法的手法により静定基本系に対する1度の感度解析を基に、任意の部材断面に対して不静定次数に等しい次元を有する適合方程式を解くだけで不静定トラスの応答およびその感度係数が求められることを示した。今後は、本手法を任意の骨組構造に発展させる予定である。

参考文献

- 1) 新延・松井・菊田：骨組構造物の応答感度係数の特性，土木学会論文集，No.450/1-20, pp.75-83, 1992.7
- 2) 榎本・新延：骨組構造物の応答感度係数特性に基づく感度解析法，土木学会論文集投稿中