I－522

システム最適化を伴う拡張カルマンフィルタの基本的考察

（株）地崎工業　正会員　○須藤　敦史
武蔵工業大学　正会員　　星谷　勝

1．はじめに

最適化理論は、目的関数の最小もしくは最大化を基礎として評価，設計の対象となるシステムの要素や、そのパラメータを推定するものである。最適化は数多くの解の中から最良なものを選択する手法であり、システムの要素は連続的もしくは離散的な量である。したがって、システム全体の最適化を行うためには、連続もしくは離散的なシステムの要素の最適化が必要となる。

一方、拡張カルマンフィルタは空間あるいは時間的にばらつきのある状態量を効率的に推定する手法である。そして、状態量は空間あるいは時間を表現する支配方程式に含まれる力学的特性を用いる場合が多く基本的に連続量である。また、支配方程式などのシステム要素は離散的な量となる場合もあり、離散的なシステムの要素と要素に含まれる連続的な量の同定を行わなければシステム全体の最適化にはならない。

そこで本研究は、モンテカルロ法と著者等の提案した拡張カルマンフィルタを基本としたEK-WLI-FEM[1]を用い、離散的な要素の最適化とその要素中の連続量のパラメータ同定を行いシステム全体の最適化を行う手法の基礎検討を行っている。

2．基本的な理論

構造システムの評価関数を式(1)に定義する。

$$Z(\mathbf{X}) = f\,[G_1(\mathbf{X}_1) \text{ or } G_1,\ G_2(\mathbf{X}_2) \text{ or } G_2,\ \cdots\cdots\ G_m(\mathbf{X}_m) \text{ or } G_m] \qquad (1)$$

$G_i(\mathbf{X}_j)$：連続量$\mathbf{X}_j$を含んだ離散関数、または連続関数
G_i：離散量または連続量（G_i，X_j：確率変数）

このシステムが最適な状態の評価関数は式(2)のようになり、評価関数の最小値となる。

$$\min_{G_i \text{ or } G_i(X_j)} Z(\mathbf{X}) \qquad (2)$$

ここで、評価関数の最小値を計算しようとすると、離散関数と関数中の確率変数$\mathbf{X}_j$の増加に伴って計算量が増大する。そこで、離散関数または離散量$G_i(\mathbf{X}_j)$とG_iの選定にモンテカルロ法[2]を用いる。したがって、システムの評価関数の$G_i(\mathbf{X}_j)$またはGiは、モンテカルロ法よりランダムに選定される。しかし、モンテカルロ法はサンプル数が十分大であれば評価関数の最小値が得られるが、計算時間をできるだけ少なくする必要が生じる。

そこで、少ないサンプル数で評価関数を最小にする要素を探索するために、基準値を用いた重要サンプリング法[3]を用いる。

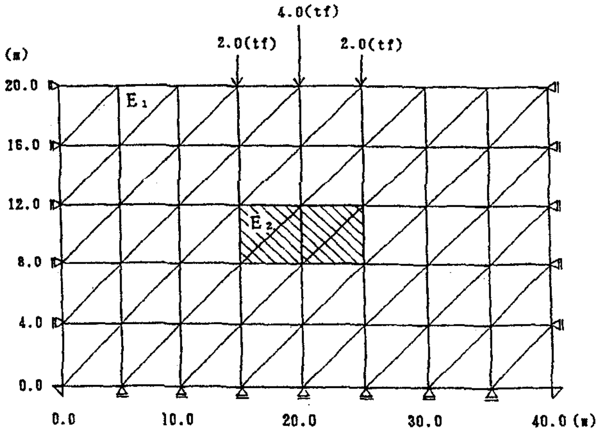
ここで、基準値$Z^*(\mathbf{X})$は、事前に得られる情報を用いて求めておき、式(3)に示すようにモンテカルロ法より求められる評価関数を比較し、次ステップでは式(3)を満足する領域でさらに最適解を求めてゆく。

$$Z(\mathbf{X}) \leqq Z^*(\mathbf{X}) \qquad (3)$$

したがって、本手法はシステム中の離散的要素はモンテカルロ法により選定し、同時に連続的な要素は拡張カルマンフィルタにより求めてシステム全体の最適化を行う手法である。

3．数値解析

本手法の基本的な考察を行うため図－1に示すような地盤モデルを用いる。ここで地盤定数は図－1に示すようにE_1，E_2としあらかじめ



図－1　解析モデル

設定した値を与え、有限要素法より求めた値を観測値とする。また、地盤定数E_2の位置は図の中心としている。

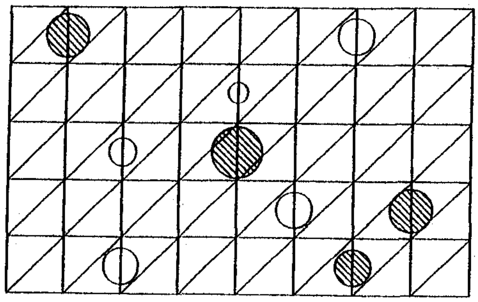
本手法において未知量を連続量E_1，E_2と離散量E_2の位置とし、乱数によりE_2の位置をランダムに決定する。続いて拡張カルマンフィルタにより地盤定数E_1、E_2の推定値を観測値より求める。表－１に示すように地盤定数の初期値を変化させ、評価関数を求めた結果を図－２，３に示す。

$$\theta = \frac{Z(X)}{Z^*(X)} < 1.0 \qquad (4)$$

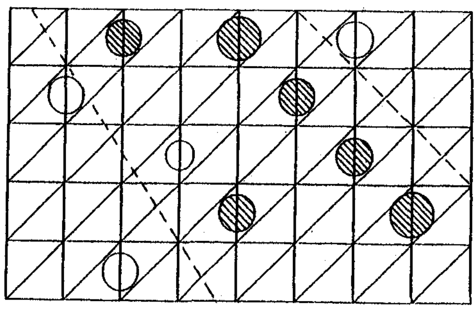
ここで、評価関数の基準値は地盤定数を一様とした場合の評価関数を用い、式(4)に示すように正規化した値を示している。図より連続量である地盤定数の推定値は初期値に影響を受けないことが分かる。次に、図－３結果より正規化した評価関数が基準以下の領域を選定し、さらに本手法で解析を行った結果を図－４，表－２に示す。図，表より、地盤定数E_2の最適な位置と地盤定数E_1，E_2の値が推定される。

表－１　初期推定値

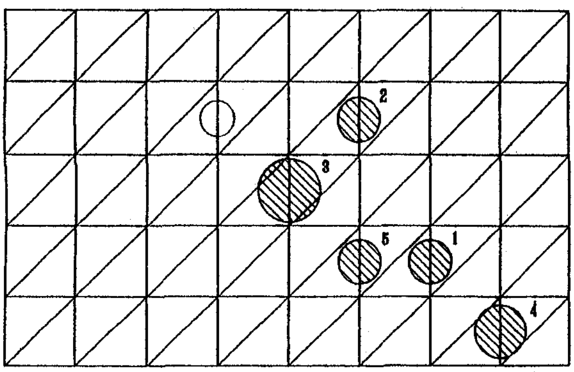
	E_1	E_2	P_1	P_2	R
Case1	2500	1200	200	100	$1.0*10^{-5}$
Case2	1500	1200	200	100	$1.0*10^{-5}$



図－２　解析結果(Case1)



図－３　解析結果(Case2)



図－４　解析結果（最適値推定）

$\theta \leqq 1.0$ ····　　$1.0 < \theta$ ····

表－２　解析結果

	1	2	3	4	5
E_1(tf/m²) (2000)	1874.8	1692.7	1971.6	1871.6	1866.7
E_2(tf/m²) (1000)	1470.4	1610.0	1121.5	1269.3	1866.7

４．まとめ

重要サンプリング法と拡張カルマンフィルタを組み合わせて、システム中の連続的な要素や離散的な要素を同時に求め、システム全体を最適にする手法の基礎検討を行った。その結果、本手法は基本的に離散要素の最適位置と連続量の推定値を求めることが可能である。今後は、複数の離散要素、連続量の最適化問題を行う予定である。本研究は星谷の指導により、須藤が行ったものである。

〈参考文献〉

1）須藤・星谷：EK-WLI法と有限要素法を用いた逆解析，土木学会論文集，No.446，pp.177-185，1992.
2）岡田・白木：技術者の確率統計学，共立出版，pp.137-151，1990.
3）星谷・惣那：重要ｻﾝﾌﾟﾘﾝｸﾞとｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀによる信頼性解析，土木学会論文集，No.446，pp.177-185，1992.