

1. まえがき

等式制約法ではある探索方向について、シンプレックス・タブローを用いて活性な制約面に沿ったラインサーチを目的関数で行っている。シンプレックス・タブローは探索方向算出点での目的関数 f 、制約式 g の勾配で作成され、このタブローがラインサーチに利用されているため、タブロー作成点から離れた点では目的関数、制約式の非線形性の影響を受けることになる。この点に関してはpenalty functionを用いた通常の最適化手法でのラインサーチでも同様である。非線形性の影響により特に制約面の勾配が実態と合わなくなり、これに基づき計算効率が著しく低下してくる。本論文ではこの点に着目し、等式制約法でのラインサーチの仕組みを説明した後にラインサーチの工夫について考察を加えたものである。

2. ラインサーチの仕組み

等式制約法でのラインサーチを図-2に示すが、タブローでどのように計算するかを図-1の掃き出し後のタブローと対比させて説明する。図-2の点①で ∇f , ∇g , f , g を計算し、掃き出し前のタブローを作成する。活性な制約面を得るように掃き出すと、掃き出し後のタブローになり、 $d\mathbf{x}_{ng}$ が得られて $\mathbf{x}=\mathbf{x}+d\mathbf{x}_{ng}$ で点②になる。探索方向 $d\mathbf{x}_s$ で進むとき、 $\mathbf{g}_m=\mathbf{0}$ に沿うようにするには $d\mathbf{x}_{ns}$ が必要になる。

これを掃き出し後のタブローで実行するには $\mathbf{x}_s$ 行に $d\mathbf{x}_s$ を乗じて $\mathbf{g}$ 行に加えればよい。 $\mathbf{x}=\mathbf{x}+[d\mathbf{x}_s, d\mathbf{x}_{ns}]^T$ に変化して点③になるが、 $\mathbf{g}_m$ の非線形性のため $\mathbf{g}_m \neq \mathbf{0}$ になっている。

計算量を節約するため、 ∇f , ∇g は点①と同じとして ∇f , ∇g の再計算を省略すると、掃き出し後のタブローがそのまま使用できる。点③で $\mathbf{g}$ を計算して $\mathbf{g}_m=\mathbf{0}$ となるようタブローを修正するには $\mathbf{x}_m$ 行に $\mathbf{g}_m$ を乗じたものを $\mathbf{g}$ 行から引くと、 $\mathbf{g}$ 行 $d\mathbf{x}_m$ 列に $d\mathbf{x}_{ng}$ が得られる。 $\mathbf{g}_{r-m}$ については $-\mathbf{g}_1 < 0$ が生じているかを調べ、もし生じていれ

ば $-\mathbf{g}_1$ を掃き出すが、これからも $d\mathbf{x}_{ng}$ が得られる。 $\mathbf{x}=\mathbf{x}+d\mathbf{x}_{ng}$ に変化して点④に移行する。点④での $\mathbf{x}$ で f を計算すると、点②から点④に進むときの f が計算できる。以上が等式制約法でのラインサーチの仕組みであり、これに黄金分割等のラインサーチのアルゴリズムを組み込めばよい。

3. 非線形性の影響

$\mathbf{g}$ の非線形性が強くなければラインサーチ方向上の各点(図-2の点③)での $\mathbf{g}$ の計算は1回のみとし、 $\mathbf{g}_m \neq \mathbf{0}$ に基く $d\mathbf{x}_{ng}$ を反復して求めなくても精度的に十分である。ラインサーチ最小点に近づくにつれ $\mathbf{g}_m=\mathbf{0}$ 上の f に近い値が求められる。非線形性が強いと $\mathbf{g}$ 計算点のD, Eがタブロー作成でのD, Eから大幅に変化し、これに伴いタブローでの $d\mathbf{x}_{ng}^T = \mathbf{g}_m^T D$, $d\mathbf{x}_{ns}^T = d\mathbf{x}_s^T E$ が実態から離れてくる。このため各点での $\mathbf{g}$ の計算が1回のみでは $\mathbf{g}_m=\mathbf{0}$ に対する追従が悪くなり、ラインサーチ最小点の精度が低下する。タブロー作成点から離れた点で ∇f , ∇g を計算してタブローを更新すればこの問題点は解決できるが、これでは計算量の大幅な増加になるので、ラインサーチの進捗に伴ないD, Eを補正する方法が必要になる。

	f	$\mathbf{g}_m$	$\mathbf{g}_{r-m}$	$d\mathbf{x}_m$	$d\mathbf{x}_s$
$\mathbf{g}$	$f+\Delta f$	$\mathbf{0}_m^T$	$-\mathbf{g}_{r-m}^T$	$d\mathbf{x}_m^T$	$\mathbf{0}_s^T$
$\mathbf{x}_m$	$\mathbf{A}_m$	$\mathbf{I}_m$	$\mathbf{B}$	$\mathbf{D}$	$\mathbf{0}$
$\mathbf{x}_s$	$\nabla_s L$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{C}$	$\mathbf{E}$	$\mathbf{I}_s$

$$-\mathbf{g}_{r-m}^T = -\{\mathbf{g}_{r-m}^T - \mathbf{g}_m^T (\nabla_m \mathbf{g}_m^T)^{-1} \nabla_m \mathbf{g}_{r-m}^T\}$$

$$\mathbf{D} = -(\nabla_m \mathbf{g}_m^T)^{-1} \quad d\mathbf{x}_{ng}^T = \mathbf{g}_m^T \mathbf{D}$$

$$\mathbf{E} = -\nabla_s \mathbf{g}_m^T (\nabla_m \mathbf{g}_m^T)^{-1} \quad d\mathbf{x}_{ns}^T = d\mathbf{x}_s^T \mathbf{E}$$

図-1 掃き出し後のタブロー

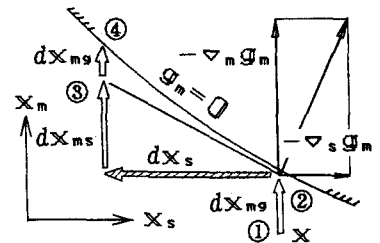


図-2 ラインサーチの仕組み

