

北海道大学工学部 正員 佐藤 浩一

北海道大学工学部 正員 及川 昭夫

北海道大学工学部 正員 小幡 卓司

北海道大学工学部 正員 平沢 秀之

1. まえがき

本論文では、等方性材料であり、弾性係数、ポアソン比、板厚等の異なる二枚の板を接着剤で合成した合成板(二層板)を考える。合成桁において離散的に配置された頭つきスタッドジベルの変形を考慮する場合はこの離散的配置をならして同じ強さの連続的配置に置換して解析するので¹⁾、頭つきスタッドジベルの代わりに連続的配置の接着剤を用いることができるものとする。従って、接着が完全に剛であるならば、完全合成二層板と考えることができる。ここでは接着は完全に剛でなく接着剤の変形を考慮した場合の合成二層板について考える²⁾。以下、不完全合成二層板という。このような考えに基づいた不完全合成二層板の合成度に関する簡単な実用的評価式についての研究はされていないようである。そこで、本論文は全周辺単純支持の長方形板の合成度に関する非常に簡単な代数式で表示される実用的評価式を誘導し、系統的に長方形板の静的解析および座屈解析とが同時にできることを示すものである。

2. 全周辺単純支持の不完全合成二層板の合成度評価式

合成断面の断面は次のとおりである^{3), 4), 5), 6)}。

$$D_v = \bar{E}_2 I_v, D_o = D_v (\bar{n} I_2 + I_1) / A_1 s_1 s, \bar{E}_2 = E_2 / (1 - \nu_2^2), \bar{E}_1 = E_1 / (1 - \nu_1^2), \\ \bar{n} = \bar{E}_2 / \bar{E}_1, I_v = I_2 + I_1 / \bar{n} + A_2 s_2 s = I_2 + I_1 / \bar{n} + A_1 s_1 s / \bar{n} = I_2 + I_1 / \bar{n} + A_v s_1 s_2,$$

$$\kappa^2 = K \frac{\bar{n} I_v}{\bar{n} I_2 + I_1} \frac{\bar{n}}{\bar{E}_2 A_1} \frac{s}{s_1} \dots \dots \dots (1)$$

ただし、接着剤のばね定数 K は Newmark⁷⁾ による押し抜きせん断試験により求めるものとする。

長方形板の境界条件が四辺単純支持ならば、無次元量 $\alpha_{11}, \beta_{11}, \gamma_{11}$ は次式で求まる。

$$\gamma_{11} = \frac{D_v}{D_o} \beta_{11} = \frac{A_1 s_1 s}{\bar{n} I_2 + I_1} \cdot \beta_{11} \dots \dots \dots (2)$$

ここで、

$$\beta_{11} = \frac{1}{1 + \frac{\kappa^2}{\pi^2 \mu_{11}^2}} = 1 - \alpha_{11} \dots \dots \dots (3), \quad \mu_{11}^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \dots \dots \dots (4)$$

$\alpha_{11}, \beta_{11}, \gamma_{11}$ なる無次元パラメータを用いれば、合成板の合成度 α_{11} は次式で示すような簡単な代数式で表示できることが判明した。なお、ここでは誘導していないが、正方形板、円板、桁の合成度を表-1に併記しておく。また、この定数が小さい方が合成度が大きいことがわかる。

$$\alpha_{11} = \frac{1}{1 + \frac{\text{定数}}{\kappa^2 \cdot a^2}} = 1 - \beta_{11} \dots \dots \dots (5), \quad \beta_{11} = \frac{1}{1 + \frac{\kappa^2 \cdot a^2}{\text{定数}}} = 1 - \alpha_{11} \dots \dots \dots (6)$$

表-1 式(5), (6)における定数

	長方形板	正方形板	円板	桁
定数	$(1 + \frac{a^2}{b^2}) \cdot \pi^2$	$2\pi^2$	16.80	π^2

ここで、 α_{11} は合成二層板の合成度を意味し、 $\beta_{11} = 1 - \alpha_{11}$ を意味し、 γ_{11} は完全合成二層板を基準にした場合の増加分を意味している。

不完全合成二層板の変形は、 w_v と w_e との代数和で計算される³⁾。従って、たわみ w_{ve} は

$$w_{ve} = w_v + w_e = w_v \cdot (1 + \gamma_{11}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

不完全合成二層板の座屈荷重は次式で計算される。

$$\frac{1}{(P_{ve})_{cr}} = \frac{1}{(P_v)_{cr}} (1 + \gamma_{11}) = \frac{1}{(P_v)_{cr}} \left(1 + \beta_{11} \cdot \frac{I_{12v}}{I_{12}} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(7),(8)における添字 "v" および "ve" はそれぞれ完全合成二層板および不完全合成二層板を意味している。

3. 数値計算例

材料は特に指定しない。不完全合成二層板の一般的な諸元は次のようであるとする。

長方形板の大きさは $a \times b = 3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ の正方形板とする。 $E_1 = 3 \times 10^6 \text{ ton/m}^2$, $E_2 = 2.1 \times 10^7 \text{ ton/m}^2$, $I_{12} = 1.42859 \times 10^{-6} \text{ m}^4/\text{m}$, $I_{12v} = 2.49396 \times 10^{-6} \text{ m}^4/\text{m}$, $K = 8660 \text{ ton/m/m}$, $h_1 = 0.05 \text{ m}$, $h_2 = 0.006 \text{ m}$, $\bar{n} = 7.385$, $\nu = 0.3$ (仮定), $\nu_2 = 0.3$, $\nu_1 = 0.2$, $s = 0.028 \text{ m}$, $s_1 = 0.013155 \text{ m}$, $s_2 = 0.014845 \text{ m}$, $A_1 = 0.05 \text{ m}^2/\text{m}$, $A_2 = 0.006 \text{ m}^2/\text{m}$, $A_v = 0.0127708 \text{ m}^2/\text{m}$, $I_v = 3.92255 \times 10^{-6} \text{ m}^4/\text{m}$, $D_v = 90.5205 \text{ ton} \cdot \text{m}^2/\text{m}$ 。これらの諸元を用いれば、完全合成二層正方形板の場合は式(1)を用いて、 $\kappa = 5.69/\text{m}$, $\kappa a = 17.07$ と求まり、次に式(2),(3),(4)を用いて、 $\alpha_{11} = 0.9366$, $\beta_{11} = 0.0634$, $\gamma_{11} = 0.1107$, および $(1 + \gamma_{11}) = 1.1107$ と求まる。完全合成二層正方形板の中央点のたわみは $p_z = 10 \text{ ton/m/m}$ として文献¹⁰⁾より 3.6330 cm と求まる。従って、不完全合成二層正方形板の中央点のたわみは $3.6330 \times 1.1107 = 4.0352 \text{ cm}$ と求まる。また、完全合成二層正方形板の座屈荷重は文献⁹⁾より 198.53 ton/m と求まる。従って、不完全合成二層正方形板の座屈荷重は $198.53/1.1107 = 178.74 \text{ ton/m}$ と求まる。

以上の数値計算例からもわかるように、電卓と公式集¹⁰⁾あるいは設計便覧¹¹⁾などがあれば簡単に計算できる本提案の方法は実用上のたわみおよび座屈荷重を求める場合に非常に便利である。

4. あとがき

式(5)あるいは式(6)で合成度を求め、式(2)に代入して γ_{11} を求め、この γ_{11} を式(7),(8)に代入すれば、不完全合成板の変形と座屈荷重を同時に求めることができる。最後に、本論文の作成にあたり、北海道大学 渡辺 昇名誉教授から御指導と有益な助言を頂いたことに対し心より感謝の意を表します。

参考文献

- 1) A.ハウラネック/0.シュタインハルト：鋼橋の理論と計算（橋 善雄、小松定夫共訳）、山海堂、1965.
- 2) 佐藤浩一：接着剤の弾性変形を考慮した等方性二層板の弾性座屈荷重について、構造工学論文集 Vol.38A, pp.1309-1320、1992.
- 3) 井上稔康、佐藤浩一、渡辺昇：不完全合成板の解析について、構造工学論文集 Vol.36A, pp.1245-1258、1990.
- 4) Koichi SATO：Composite Plates of Concrete Slabs and Steel Plates, J. Engrg. Mech., ASCE, 117(12), pp.2788-2803, 1991.
- 5) Koichi SATO：Elastic Buckling of Incomplete Composite Plates, J. Engrg. Mech., ASCE, 118(1), pp.1-19, 1992.
- 6) 佐藤浩一：合成二層板の合成度に関する実用的評価式について、構造工学論文集 Vol.39A, pp.1289-1301、1993.
- 7) Newmark, N.M., Siess, C.P., and Viest, I.M.: Tests and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction, Proc. of the Society for Experimental Analysis, Vol.9, No.1, pp.75-93, 1951.
- 8) 島田静雄、熊沢周明：合成桁の理論と設計、山海堂、1973.
- 9) S.P.Timoshenko and S.Woinowsky-Krieger：Theory of Plates and Shells, 2nd ed., McGraw-Hill Book Company Inc., New York, 1970.
- 10) 構造力学公式集、土木学会編、1986.
- 11) 関谷 壮、浜田実、角 誠之助 編：平板構造強度設計便覧、朝倉書店、1982.