Ⅰ－417　時空間ｶﾞｳｽ確率場のｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ理論の検証

武蔵工業大学　学生員　安部明夫
武蔵工業大学　正会員　星谷　勝
武蔵工業大学　正会員　丸山　収

１．はじめに

ここでは、時空間確率場の条件付きｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ理論[1,2,3]の定式化について整理している。また表層地盤における地震波動伝播現象に適用した数値計算により定式化の妥当性について検証している。ここで詳細は文献(3)に委ねるが、文献(2)の定式化を修正し、その結果を表-1に示す。

２．地震波動伝播現象のｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ

解析対象地点の2次元空間座標を図-1に示す。ここで本研究では、解析対象は図-1に示した21地点のみを考え、任意地点で観測が行われたとすれば、非観測点は、既観測点以外の設定地点を対象とする。以下では、変位波形を対象としたｼﾐｭﾚｰｼｮﾝにより本研究の数値解析による実証を行う。ここで、確率場の特性を与えるﾓﾃﾞﾙに付いては講演時に詳細を述べることとして、以下に結果を示す。

３．無条件確率場のｼﾐｭﾚｰｼｮﾝによる精度の検証

まず表-1における無条件の式(12)を基に、漸次拡張方式を用いて図-1に示した21地点に対し、多地点地震波動の無条件ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝを行った。そして数値ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝにより得られた結果と与えた確率場の相関特性を比較することで、手法の精度を検証した（図-2）。

条件付き確率場のシミュレーション理論の定式化

基本補間式[1,2]

$$W^*(X,t)=\widehat{W}(X,t)+[W(X,t)-\widehat{W}(X,t)] \quad -(1)$$

$$W^*(X_r,k)=\widehat{W}(X_r,k)+\varepsilon(X_r,k) \quad -(2)$$

$$\widehat{W}(X_r,k)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=-M}^{M}\lambda_{ij}(X_r)W(X_i,k+j) \quad -(3)$$

誤差関数; $\varepsilon(X_r,k)=W(X_r,k)-\widehat{W}(X_r,k)$

最小誤差分散推定

(a). 未知係数$\lambda_{ij}(X_r)$の計算

$$C(d_{rm},-n)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=-M}^{M}\lambda_{ij}(X_r)C(d_{im},j-n),\quad m=1\sim N,\ n=-M\sim M \quad -(4)$$

ここで、$d_{rm}=X_m-X_r,\ d_{im}=X_m-X_i$

(b). $\varepsilon(X_r,k)$の分散の計算

$$\sigma^2_{\varepsilon(X_r,k)}=C(0,0)-\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=-M}^{M}\lambda_{ij}(X_r)C(d_{ir},-j) \quad -(5)$$

(c). $\varepsilon(X_r,k)$の性質

$$E[\widehat{W}(X_r,k)\varepsilon(X_r,k)]=0 \quad -(6)$$

$$E[W(X_i,k+j)\varepsilon(X_r,k)]=0,\ i=1\sim N,\ j=-M\sim M \quad -(7)$$

$$\begin{aligned}E[\varepsilon(X_r,k)\varepsilon(X_r,\iota)]&=C(0,\iota-k)\\&-\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=-M}^{M}\lambda_{ij}(X_r)C(d_{ri},\iota-k-j)\\&-\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=-M}^{M}\lambda_{ij}(X_r)C(d_{ri},k-\iota-j)\\&+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=-M}^{M}\sum_{i'=1}^{N}\sum_{j'=-M}^{M}\lambda_{ij}(X_r)\lambda_{i'j'}(X_r)C(d_{ri},\iota-k-j'-j)\end{aligned} \quad -(8)$$

条件付き平均値、条件付き分散値

(a).条件付き平均値の計算

$$\begin{aligned}\mu_{W*(X_r,k)|cond.}&=E[W^*(X_r,k)\mid W(X_i,j),\ i=1\sim N,\ j=1\sim NT]\\&\quad E[W^*(X_r,k)\mid \underline{W}(X_i,k+j),\ i=1\sim N,\ j=-M\sim M]\\&=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=-M}^{M}\lambda_{ij}(X_r)\underline{W}(X_i,k+j)\end{aligned} \quad -(9)$$

NT=時間方向における観測数

(b).条件付き分散値の計算

$$\begin{aligned}\sigma^2_{W*(X_r,k)|cond.}&=E[\varepsilon(X_r,k)^2]\\&=C(0,0)-\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=-M}^{M}\lambda_{ij}(X_r)C(d_{ir},-j)\end{aligned} \quad -(10)$$

条件付きｻﾝﾌﾟﾙ場のｼﾐｭﾚｰﾄ

(a). $\varepsilon(X_r,k)$の性質

$$E[\widehat{W}(X_r,k+\iota)\varepsilon(X_r,k)]\neq 0,\quad \iota=-M\sim-1 \quad -(11)$$

(b).定式化

$$\begin{aligned}W^*(X_r,k)&=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=-M}^{M}\lambda'_{ij}(X_r)W(X_i,k+j)\\&+\sum_{\iota=-M}^{-1}\lambda'_{r\iota}(X_r)W(X_r,k+\iota)+\delta(X_r,k)\end{aligned} \quad -(12)$$

(c). $\lambda'_{ij}(X_r)$および$\lambda'_{r\iota}(X_r)$の最小誤差分散推定

$$C_{xr}=C\lambda'(X_r) \quad -(13)$$

$$\begin{aligned}\lambda'^{T}(X_r)=[&\lambda'_{r-M}(X_r)\ \lambda'_{r-M+1}(X_r)\cdots\lambda'_{r-1}(X_r)\ \vdots\ \lambda'_{1-M}(X_r)\cdots\lambda'_{10}(X_r)\cdots\lambda'_{1M}(X_r)\ \vdots\\&\lambda'_{2-M}(X_r)\cdots\lambda'_{20}(X_r)\cdots\lambda'_{2M}(X_r)\ \vdots\ \cdots\ \vdots\ \lambda'_{N-M}(X_r)\cdots\lambda'_{N0}(X_r)\cdots\lambda'_{NM}(X_r)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}W^{T}_{k}=[&W(X_r,k-M)\ \ W(X_r,k-M+1)\cdots W(X_r,k-1)\ \vdots\\&W(X_1,k-M)\cdots W(X_1,k)\cdots W(X_1,k+M)\ \vdots\\&W(X_2,k-M)\cdots W(X_2,k)\cdots W(X_2,k+M)\ \vdots\ \cdots\\&W(X_N,k-M)\cdots W(X_N,k)\cdots W(X_N,k+M)]\end{aligned}$$

$$C_{xr}=E[W_kW(X_r,k)]$$

$$C=E[W_kW_k^{T}]$$

(d). $\delta(X_r,k)$の分散

$$\sigma^2_{\delta(X_r,k)}=C(0,0)-\lambda'^{T}(X_r)C_{xr} \quad -(14)$$

(e). $\delta(X_r,k)$の性質

$$E[W(X_i,k+j)\delta(X_r,k)]=0,\ i=1\sim N,\ j=-M\sim M \quad -(15)$$

$$E[W(X_r,k+\iota)\delta(X_r,k)]=0,\ \iota=-M\sim-1 \quad -(16)$$

表－１．時空間条件付きｶﾞｳｽ確率場のｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ理論

４．条件付き確率場のｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ

ここでは、観測値が得られたという条件付きのｼﾐｭﾚｰｼｮﾝを行う。例えば、全ての観測点において波動が観測されたとすれば、図-3の様に特定地震のｻﾝﾌﾟﾙ実現値を得ることができる。図-3では、全ての地点で観測がなされていることから、既観測21地点において条件付き平均値は観測された時系列となり、条件付き分散値は0となる。すなわち、全地点における観測がなされているので、21地点における観測値は確定量として与えられる。さて図-3に示した現象が生起した際に、実際には空間上の3地点の観測点で測定がなされたという状況を設定してみる。

図-4は、P1,P3およびP11において観測値が得られた場合の内挿例を示している。図-4(a)は、条件付きｻﾝﾌﾟﾙ場の1例を示し、図-4(b)および図-4(c)は、それぞれ条件付き平均値および条件付き分散値を示している。

ここでは条件付き平均値の計算において、表-１の式(9)に示した理論解と式(12)を用いて図-4(a)に示す様な条件付きｻﾝﾌﾟﾙ場を100組ｼｭﾐﾚｰﾄし、それらに基づいて計算した解を比較しているが、両者は完全に一致している。故に、重ね書きしたが区別がつかない図となっている。また観測点から遠方に離れると条件付き平均値は、無条件確率場の平均値として与えたＥ［W(**X**,k)］=0へと近づいており、無条件確率場により正規化された条件付き確率場の分散値は、数値1へと近づき、無条件の分散値へと近づいていることが分かる。

５．まとめ

本研究は、時空間ｶﾞｳｽ確率場の条件付きｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ理論について定式化の整理を行い、数値計算例を示した。最後に本研究は、星谷および丸山が理論を、安部が数値解析による実証を一部担当した。

参考文献;(1)星谷:土論集,No.458/I-22, pp.113-118,1993,(2)丸山,星谷:土木学会年講,I部門,pp.860-861, 1992,(3)丸山､星谷,山口:土論集（投稿中1993/2）.

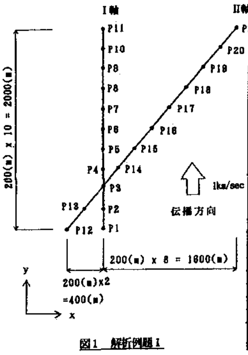
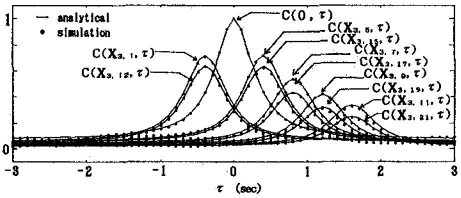


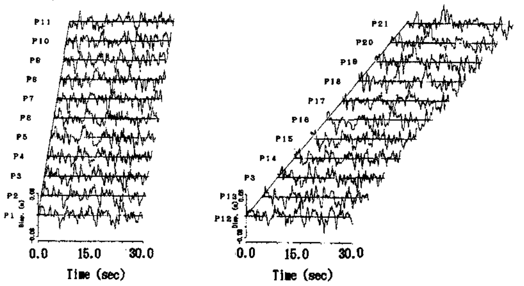
表2 観測点配置

Point	X (m)	Y (m)
P1	400	0
P2	400	200
P3	400	400
P4	400	600
P5	400	800
P6	400	1000
P7	400	1200
P8	400	1400
P9	400	1600
P10	400	1800
P11	400	2000
P12	0	0
P13	200	200
P14	600	600
P15	800	800
P16	1000	1000
P17	1200	1200
P18	1400	1400
P19	1600	1600
P20	1800	1800
P21	2000	2000

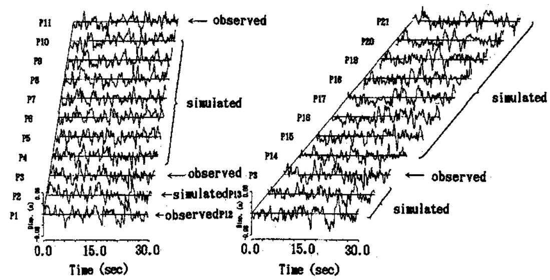
図－１．解析対象



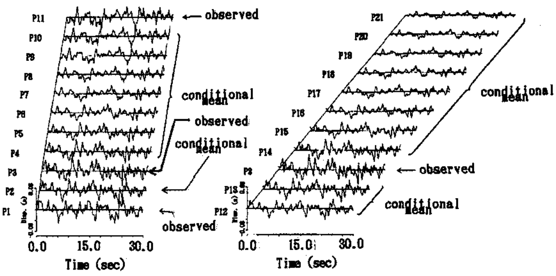
図－２．ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ理論の検証



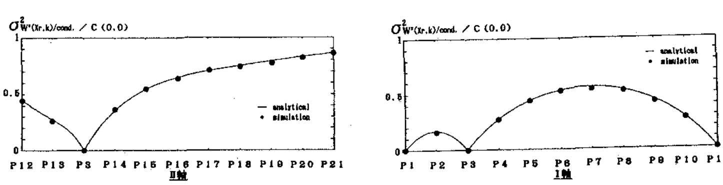
図－３．サンプル観測値



(a).条件付きｻﾝﾌﾟﾙ場



(b).条件付き平均値



(c).条件付き分散値

図－４．条件付き確率場のｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ