

動的確率有限要素法による空間変動の解析

鹿島建設㈱ 正員 ○右近八郎、沖見芳秀、吉清 孝

1. はじめに

筆者らは確率構造の動的応答解析ために、一質点系の応答を基にした補間関数を用いた動的確率有限要素法を提案し¹⁾、さらに、パワースペクトルの伝達特性を確率論的に評価し、入力地震動の解析を行った²⁾。本報では、簡単な有限要素モデルを用いた地震動の空間変動の定量的評価について報告する。

2 解析手法

1) 運動方程式、伝達関数および一次変化率

運動方程式は、単位調和加速度振幅 $e^{i\omega t}$ に対して、次式で与えられる。

$$[M]\{y\} + [K]^*\{y\} = -[M]\{V\}e^{i\omega t} + [T]^T[D](\{y_p\} - [T]\{y_f\}) \quad \dots \quad (1)$$

ここに、
 $[M]$: 質量マトリックス、 $[K]^*$: 複素剛性マトリックス、 $\{V\}$: 加振方向ベクトル、
 $[D]$: 境界での粘性係数マトリックス、 $\{y\}$: 相対変位、 $\{y_p\}$: 自由地盤の相対変位

2) パワースペクトルの伝達特性

伝達関数マトリックスを $[H]$ 、入力のクロススペクトルマトリックスを $[G]$ 、応答のクロススペクトルマトリックスを $[Z]$ とすれば、 $[Z]$ は次式で与えられる。

$$[Z] = [H]^*[G][H] \quad \dots \quad (2)$$

構造の全自由度をN、入力点の全自由度をnとすれば、 $[H]$ は $n \times N$ 、 $[G]$ は $n \times n$ 、 $[Z]$ は $N \times N$ のマトリックスとなる。その他、詳細は既報に示す通りである^{1), 2)}。

3.1 基本数値解析例

10m×10mの解析エリアを均一物性で、1要素、4要素、16要素、100要素で分割した4種類の有限要素モデルを用いた以下の基本検討を行った。

(1) 有限要素モデルと理論数値解析解の比較

次式で数値解析的に得られる応答のパワースペクトルの分散を理論解として、動的確率有限要素法による解析結果と比較検討した。次式は、ヤング率(バネ定数)を確率変数とした場合である。

$$Var[H(\omega)H(\omega)^*] = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{-m}{-m\omega^2 + (1+2h)\kappa} \right)^2 - E^2[H(\omega)H(\omega)^*] \right] f_K(k) dk \quad \dots \quad (3)$$

$f_K(k)$ はヤング率の確率密度関数である。有限要素モデルの底部は完全固定、側面は水平ローラーとした。入力動は振幅1のフラットスペクトル(ホワイトノイズ)とし、モデルの周波数伝達関数が直接検討できるようにした。図-1.1は(3)式から得られた標準偏差の理論解である。各曲線はヤング率、質量、粘性減衰定数、ボアソン比が変動係数0.2変動した場合を示している。図-1.2はそれに対応する、1要素モデルによる動的確率有限要素法による解析結果である。これらの結果は非常に良い一致を示しており、また、それぞれの確率変数が変動した場合の定量的な影響度を知ることができる。

(2) 要素分割数による検討

ここでは、有限要素モデルの要素分割数の影響を検討するために、ヤング率を確率変数として完全相関させ、上記4種類の有限要素モデルを用いた動的確率有限要素法による解析結果を比較した。

図-2にそれぞれの有限要素モデルによる標準偏差を示した。平均値、標準偏差ともに要素分割数の増加とともに収束していく。これらの差は確定解析の差によるものである。

3.2 成層地盤の数値解析例

図-3に示す有限要素モデルを用いて解析を行った。解析エリアは縦110m、横350m、要素数280、節点数315、底部固定、左右側面は水平ローラーとした。入力動は上記同様、振幅1のフラットスペクトルをx方向に入力した。物性間(確率変数)の相関を評価する相関関数は2つのパラメータ α 、 β を有する2次元の指數関数モデルを採用した。物性、変動係数、パラメータ α 、 β を表-1にまとめた。図-4に応答値の確定解を示す。地表面の各節点間でのクロススペクトル応答の平均値は空間変動しない。図-5.1、5.2にクロススペク

トル応答の標準偏差の実部(co-spectrum)と虚部(quad-spectrum)の空間分布の様子を示した。地盤物性のバラツキが応答変動に影響するが(1.0Hzで変動係数0.14)、空間変動を記述する相関関数への影響は小さい。

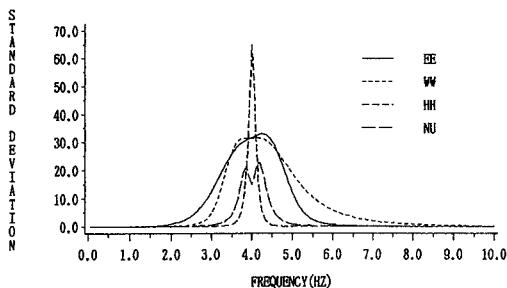


図-1.1 標準偏差(理論解)

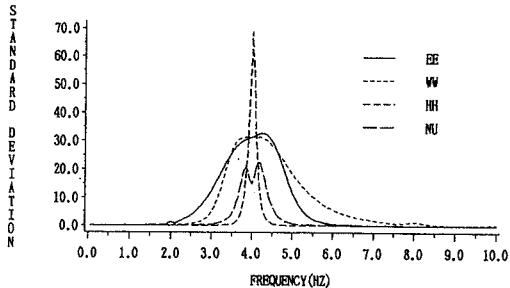


図-1.2 標準偏差(計算結果)

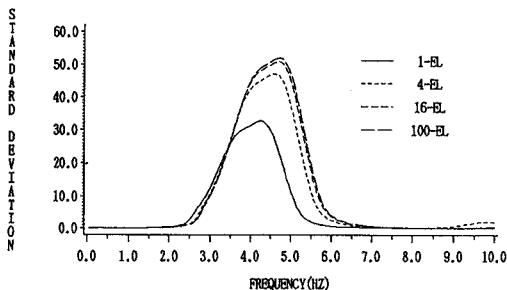


図-2 標準偏差(計算結果)

表-1 物性一覧

物性番号	ヤング率(kg/m ²)	質量(kg/m ³)	粘性減衰定数	ボアソン比	α	β
1	1.36×10^4	2.0×10^3	0.05	0.48	0.02	
	0.4	0.05	0.4	0.0	0.05	
2	4.86×10^4	1.8×10^3	0.05	0.47	0.01	
	0.3	0.03	0.2	0.0	0.02	
3	1.48×10^5	2.0×10^3	0.05	0.45	0.002	
	0.2	0.02	0.05	0.0	0.004	

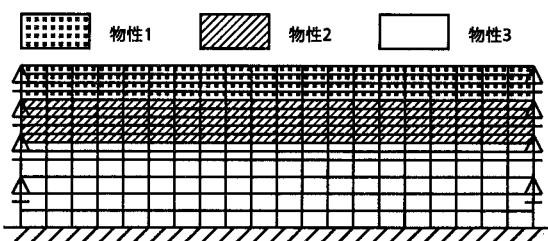


図-3 成層地盤有限要素モデル

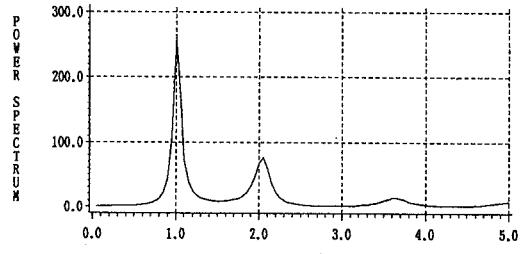


図-4 成層地盤平均応答

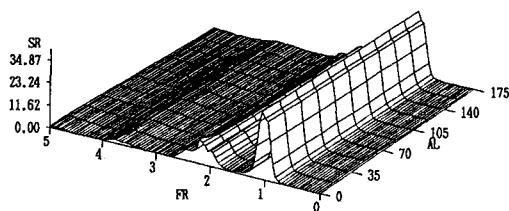


図-5.1 標準偏差の実部の空間分布

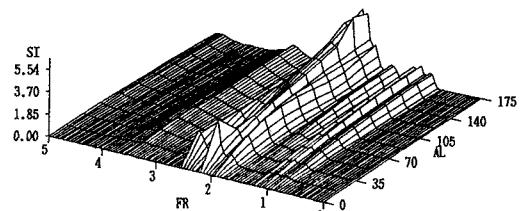


図-5.2 標準偏差の虚部の空間分布

4. おわりに

動的確率有限要素法を用いて地盤モデルを解析することにより地震動の空間変動の解析的検討を試みた。本報の解析結果から、成層地盤モデルでは地盤物性のバラツキのみでは空間変動への影響は小さいことがわかった。今後は、地盤の不整形性や不均一性、伝播効果といった空間変動要因について検討したい。

参考文献

- UKON, H., YOSHIKIYO, T., OKIMI, Y., and MATSUMOTO, T.: An Interpolation Function Method for Stochastic FEM Analysis under Dynamic Loads using Frequency Response Analysis, Proc. of JSCE, No.392/I-9, 1988. 4.
- 右近、沖見、吉清:「動的確率有限要素法による入力地震動の解析」、土木学会第46回年次学術講演会、I-630, 平成3年9月