

離散化波数法と有限要素法の組合せによる地盤震動解析手法

鹿島建設(株) 正員 藤村和也

京都大学防災研究所 正員 土岐憲三

京都大学防災研究所 正員 佐藤忠信

山口大学工学部 正員 清野純史

1. 概説 従来地盤震動解析のために、FEM、BEM、AL¹⁾等の手法が開発されてきた。このうち、FEMは無限領域に適用することは難しく、BEM、ALは非線形、非均質性を考慮しにくい欠点がある。そのためそれらの結合手法が開発されており、特にFEMとALの結合手法²⁾は、演算時間の面で有利である。本研究ではAL法とFEMを結合する手法について、SH波入射を対象に、その妥当性、演算時間等を検討した。

2. 定式化 図1に示すような(m+1)層地盤について考える場合、第(1)層をFEMでモデル化し、残りの(2)~(m+1)のm層をAL法でモデル化する。

2.1.FEM領域 FEM領域については、結合境界面上の節点を添字c、その他の節点を添字fで表すことにすると、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \frac{S_{ff}}{S_{cf}} & \frac{S_{fc}}{S_{cc}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_f \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_f \\ f_c \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $[S] = [[K] - \omega^2[M]]$ である。物体力を無視すると、境界面上の節点力と変位の関係式を得る。

$$\{f_c\} = [F_c]\{u_c\} \quad [F_c] = [S_{cc}] - [S_{cf}][S_{ff}]^{-1}[S_{fc}] \quad (2)$$

2.2.AL領域 AL領域については波数の無限積分で表される変位の一般解を、離散化波数の有限和で表すことにより、AL領域の第(i)層($i = 1 \sim m-1$)、第(m)層内の変位を次式で表す。

・第(i)層内($i = 1, \dots, m-1$)

$$v^{(i)}(x, z) = \sum_{-N}^N [A^{(i)}(k_n) \exp(i\nu_n^{(i)} z) + B^{(i)}(k_n) \exp(-i\nu_n^{(i)} z)] \exp(ik_n x)$$

・第(m)層内

$$v^{(m)}(x, z) = \sum_{-N}^N A^{(m)}(k_n) \exp(i\nu_n^{(m)} z) \exp(ik_n x) + \exp(ik_0 x - i\nu_0 z)$$

$$k_n = k_0 + \frac{2\pi}{L}n \quad \nu_n^{(i)} = \left[\frac{\omega^2}{c_s^{(i)2}} - k_n^2 \right]^{1/2} (n = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c_s^{(m)}} \sin \theta \quad \nu_0 = \frac{\omega}{c_s^{(m)}} \cos \theta$$

$$c_s^{(i)}: \text{層}(i) \text{の} S \text{波速度} \quad \theta: z \text{軸からの入射角} \quad (3)$$

上式中、 $A^{(i)}$ 、 $B^{(i)}$ はそれぞれ(i)層内の下降、上昇波の強度を表すもので散乱係数といわれる。上式を用いることにより、AL領域の最上境界面での変位、応力、第2~第m境界の変位応力の連続条件が、第(1)、(m)層内の散乱係数ベクトル $\{A^{(1)}\}$ 、 $\{A^{(m)}\}$ を用いて次式で表される。

$$\begin{aligned} \{u_1\} &= [U_1]\{A^{(1)}\} : \text{境界面1の変位} \\ \{\tau_1\} &= [T_1]\{A^{(1)}\} : \text{境界面1の応力} \\ [G_E]\{A^{(1)}\} &= [G_M]\{A^{(m)}\} + \{H\} \end{aligned} \quad (4)$$

2.3. 結合 以上で得られた式を結合境界面上での変位、応力の連続条件により結合する。FEM領域では節点力の形で応力が表されているので、分布応力を等価な節点力に変換する分布マトリクス $[L]$ を導入する。これによりFEM領域での境界面上の応力は次式で表される。

$$\{\tau_c\} = [L]^{-1}\{f_c\} = [L]^{-1}[T_c]\{u_c\} \quad (5)$$

ここで $\{u_c\} = \{u_1\}$ より次式を得る。

$$\{\tau_c\} = [L]^{-1}[T_c][U_1]\{A^{(1)}\} \quad (6)$$

AL 領域の境界面 1 上では、自由境界面で $\{\tau_1\} = 0$ 、結合境界面で $\{\tau_1\} = \{\tau_c\}$ であるので、この条件を適用し、係数行列の各列をフーリエ変換した後 $2N+1$ の長波長成分を抽出することにより、次式を得る。

$$[G_1]\{A^{(1)}\} = \{0\} \quad (7)$$

これを $2 \sim M$ 境界面の連続式と連立することにより、最終的に $6N+3$ 次の連立 1 次方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} [G_1] & [0] \\ [G_E] & [G_M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^{(1)} \\ A^{(m)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ H \end{Bmatrix} \quad (8)$$

上式を解くことにより $\{A^{(1)}\}$ 、 $\{A^{(m)}\}$ が得られ式(3)を適用することにより、AL 領域の任意の点での変位、応力が求められ、FEM 領域に関しては式(1)を適用することにより全節点の変位が求められる。

3. 解析結果 解析モデルを図2に示す。また、1.0Hz 調和波動入射時の解析結果を FE-BE 結合解法によるもの、AL 法のみによるものと併せて図3に示す。AL 領域に関する解析条件は離散地点数 64、打ち切り波数 31 であり、地盤周期長は、x 方向の分割長さが FEM 領域により決まるため、これと離散地点数により決定される。FEM 領域に関してはメッシュ長 20m を基本として、3 節点、4 節点の 1 次要素を用いて分割した。十分な精度で一致している。つぎに、周波数 0.1Hz から 5.0Hz までの誤差の評価を図4に示す。ここで誤差は FE-BE 結合解法において FEM 領域のメッシュ長を小さくしたもの (10m) を厳密解と仮定して評価した。精度の面では他手法とあまり変わらない。参考として計算時間の比較を表1に示す。FE-BE 結合解法と比べ、FE-AL 結合解法の方が有利である。本報では2層地盤を取り扱ったが、多層地盤においてはさらに FE-AL 結合解法の方が有利であると思われる。なお上記の計算は SONY NWS-3860 を用いて行った。

参考文献1) Aki, k. and Lerner, K.L. :Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, J.Geophys. Res., Vol.75, pp.933-954, 1970. 2) 源栄正人・浦尾謙二：波数離散化型解法を用いた不規則不整形地盤の波動伝播解析—波数離散化型解法と FEM の結合解法—, 日本建築学会学術講演概要集, 1989.

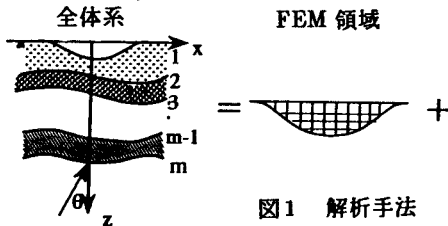


図1 解析手法

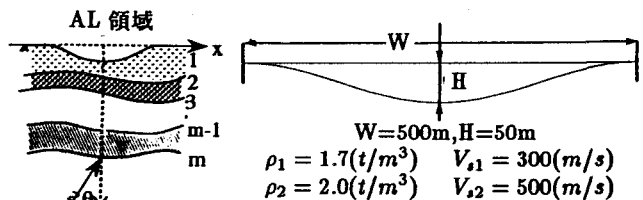


図2 地盤モデル

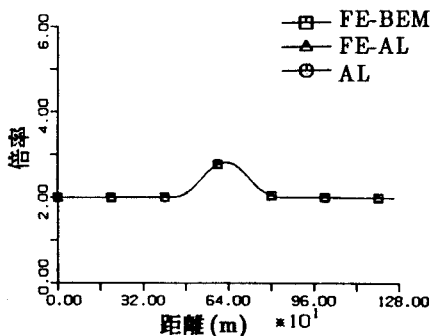


図3 解析結果

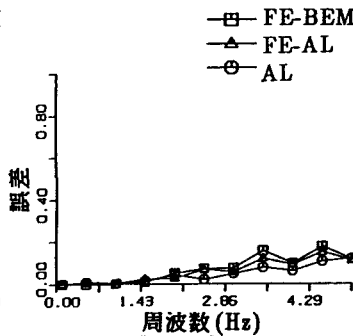


図4 誤差の評価

表1 演算時間の比較

FE-BE	32.8s
AL	6.4s
FE-AL	18.5s